

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2004.02

Lista de Exercícios # 1

Problema 1

O saldo devedor médio dos usuários de um certo cartão de crédito é uma variável aleatória com média R\$ 112 e desvio padrão R\$ 56. Toma-se uma amostra de 50 portadores do cartão. Qual a probabilidade do saldo devedor médio na amostra estar entre R\$ 110 e R\$ 120 ?

Problema 2

Um elevador pode transportar até 12 passageiros. O peso de cada passageiro é uma variável aleatória com média 75 kg e desvio padrão 9 kg. Normas de segurança estabelecem que o peso máximo transportado no elevador não pode exceder 910 kg mais de 5% do tempo.

- Qual a probabilidade de que o peso total dos passageiros exceda 910 kg?
- Encontre o percentil 95% da distribuição do peso total dos passageiros do elevador. As normas de segurança estão sendo obedecidas?

Problema 3

Sejam X_1, X_2, \dots, X_n iid $N(0, \sigma^2)$.

- Qual a média e variância de X_i^2 ?
- Como aproximar $\Pr\{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2 \leq x\}$ em termos de $\Phi(\cdot)$?

Problema 4

Sejam X_1, X_2, \dots, X_n iid $N(0, 1)$.

- Calcule $\Pr\{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{100}^2 \leq 120\}$
- Calcule $\Pr\{80 \leq X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{100}^2 \leq 120\}$
- Ache c tal que $\Pr\{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{100}^2 \leq 100 + c\} = 0.95$

Problema 5

Seja $f(x) = 1/x^2$ onde $x > 1$. Considere uma amostra aleatória de tamanho 72 desta densidade e calcule aproximadamente a probabilidade de que mais do que 50 ítems na amostra sejam menores que 3.

Problema 6 (parte no computador)

Sejam X_1, X_2, \dots, X_{48} medidas independentes de uma certa experiência, e Y_1, Y_2, \dots, Y_{48} aproximados até o próximo inteiro. Seja $e_i = Y_i - X_i, i = 1, 2, \dots, 48$. Os e_i 's são iid $\text{Unif}(-0.5, +0.5)$.

- Aproxime a seguinte probabilidade : $\Pr\left\{\left|\sum_{i=1}^{48} e_i\right| < 2\right\}$.

b) Gere no computador 200 amostras de 48 variáveis independentes $\text{Unif}(-0.5, +0.5)$ e verifique se a probabilidade encontrada no item a) é “razoável” comparando-a com o número de vezes em que, nas 200 amostras geradas:

$$\left| \sum_{i=1}^{48} e_i \right| < 2.$$

Problema 7 (no computador)

Gere 500 amostras de tamanho 12 da densidade $\text{Uniforme}(0,1)$. Em cada uma das 500 amostras calcule o valor médio (\bar{X}) e o máximo das 12 observações ($X_{(5)}$).

- Faça um histograma das 500 médias amostrais geradas. O histograma parece Normal?
- Repita a) para os \bar{X} padronizados (com média zero e variância 1).
- Repita a) para a amostra dos 500 máximos gerados.

Problema 8

A probabilidade de uma pessoa com mais de 65 anos pegar uma gripe no outono é 75%. Toma-se uma amostra de 60 pessoas na "3a. idade" e seja X o número destas pessoas com gripe na amostra. Calcule as seguintes probabilidades:

$\Pr\{X \geq 40\}$ aproximadamente pelo teorema de DeMoivre e Laplace com correção de continuidade.

$\Pr\{X \geq 40\}$ exatamente (só se você tiver acesso a um computador, pois do contrário será bastante trabalhoso!)

$\Pr\{45 \leq X \leq 50\}$ aproximadamente pelo teorema de DeMoivre e Laplace com correção de continuidade.