IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2004.02
Teste 2 – 30/11/2004
Nome: ____

Problema 1 (30 pontos)

Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de uma densidade Uniforme$(0,\theta)$ onde θ é desconhecido.
a) Mostre que o MLE (estimador de máxima verossimilhança) de θ é:
$X_{(n)} = \text{máx}(X_1, X_2, \ldots, X_n)$

b) Encontre um estimador por método de momentos de θ.
c) O MLE de θ é não tendencioso?
d) O MLE de θ é consistente?
e) Coleta-se uma amostra de tamanho 10 da Uniforme$(0,\theta)$. Os valores observados são:
1,54 0,20 2,42 3,60 3,94
3,80 0,06 1,60 3,44 0,56
Compare o MLE e o estimador por método dos momentos de θ baseados nesta amostra.

Dica:
A função de distribuição de $X_{(n)}$ é: $\Pr(X_{(n)} \le x) = \Pr(\text{máx}(X_1, X_2, \ldots, X_n) \le x) =$
$= \Pr(X_1 \le x, X_2 \le x, \ldots, X_n \le x)$

Problema 2 (20 pontos)

Sejam $X_1, X_2, \ldots, X_n$ iid Poisson(λ). Encontre o estimador de máxima verossimilhança de $\Pr\{X_i = 0) = e^{-\lambda}$. Verifique que este estimador de máxima verossimilhança é tendencioso. Encontre um estimador não tendencioso de $e^{-\lambda}$.

Dica: Considere a função geradora de momentos dos X's.

Problema 3 (20 pontos)

Sejam $X_1, X_2, \ldots, X_n$ iid $N(\mu, 1)$.

a) Encontre o MLE de μ.
b) Mostre que o MLE é não tendencioso.
c) Calcule a informação de Fisher.
d) Calcule o limite inferior de Cramer e Rao. O MLE é um estimador eficiente?

Problema 4 (10 pontos)

O consumo mensal em minutos por conta de celular numa certa região é uma v.a. com média 40 minutos e desvio padrão 12 minutos. Toma-se uma amostra de 24 usuários de celular.

a) Qual a probabilidade do tempo médio de uso na amostra exceder 45 minutos?
b) Qual a probabilidade do tempo médio de uso na amostra ser menor que 50 minutos?

Problema 5 (20 pontos)

Seja $Y \sim Bin(12 , 1/2)$.

a) Calcule $Pr(Y \geq 9)$ exatamente.

b) Calcule $Pr(Y \geq 9)$ aproximadamente pelo teorema de DeMoivre e Laplace com correção de continuidade.

c) Calcule $Pr(Y = 7)$ exatamente.

d) Calcule $Pr(Y= 7)$ aproximadamente pelo teorema de DeMoivre e Laplace com correção de continuidade.

Tabela – Função de Distribuição N(0,1)

z	Φ(z)		z	Φ (z)		z	Φ (z)
0,0000	50,00%		1,0000	84,13%		2,0125	97,79%
0,0200	50.80%		1,0100	84.38%		2.0200	97.83%
0,0300	51.20%		1.0167	84.54%		2.0300	97.88%
0,0400	51.60%		1.0250	84.73%		2.0400	97.93%
0,0500	51,99%		1,0500	85,31%		2.0412	97.94%
0,1000	53,98%		1,0553	85,44%		2.0500	97.98%
0,1500	55,96%		1,1000	86,43%		2,1000	98,21%
0,2000	57,93%		1,1180	86,82%		2,2000	98,61%
0,2236	58,85%		1,1475	87,44%		2,2361	98,73%
0,2500	59,87%		1,1500	87,49%		2,3000	98,93%
0,3000	61,79%		1,1553	87,60%		2,3263	99,00%
0,3015	61,85%		1,2000	88,49%		2,3333	99,02%
0,3475	63,59%		1,2060	88,61%		2,4000	99,18%
0,3492	63,65%		1,2200	88,88%		2,5000	99,38%
0,3500	63,68%		1,2500	89,44%		2,5500	99,46%
0,4000	65,54%		1.2700	89.79%		2,5628	99,48%
0.4167	66.16%		1,2816	90,00%		2,6000	99,53%
0,4307	66,67%		1,3000	90,32%		2,6500	99,60%
0,4500	67,36%		1,3333	90,88%		2,6667	99,62%
0,5000	69,15%		1,3750	91.54%		2,6833	99,64%
0,5500	70,88%		1,4000	91,92%		2,7000	99,65%
0,5774	71.81%		1,4468	92,60%		2.7500	99.70%
0,6000	72,57%		1,4500	92,65%		2,8000	99,74%
0,6250	73,40%		1,5000	93,32%		2,9000	99,81%
0,6500	74,22%		1,5500	93,94%		2,9500	99,84%
0,6667	74,75%		1,5811	94,31%		3,0000	99,87%
0,6708	74,88%		1,6000	94,52%		3,1000	99,90%
0,7000	75,80%		1,6450	95,00%		3,1500	99,92%
0,7500	77,34%		1,6667	95,22%		3,2000	99,93%
0,8000	78,81%		1,7000	95,54%			
0,8333	79.77%		1,8000	96,41%			
0,8500	80,23%		1.8500	96.78%			
0.8666	80.69%		1,9000	97,13%			
0,8944	81,45%		1.9500	97.44%			
0,9000	81,59%		1,9600	97,50%			
0,9167	82,03%		1,9800	97,61%			
0,9500	82,89%		2,0000	97,72%			
0,9500	82,89%		2,0100	97,78%			
0,9750	83,52%		2,0100	97,78%			
0,9800	83,65%						
0,9900	83,89%						