

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.01 – turma B**  
**Teste 2 – 10/06/2005**  
**Nome: \_\_\_\_\_**

**PROBLEMA 1 (20 pontos)**

Em cada questão abaixo, indique se a afirmativa é **verdadeira** ou **falsa** (marque um X na alternativa correta). Não é necessário justificar a sua resposta.

		Verdadeiro	Falso
1	A correção de continuidade é feita em todas as aplicações do Teorema Central do Limite		
2	Em Estatística os parâmetros de uma densidade são desconhecidos.		
3	A densidade t de Student é simétrica em torno de zero.		
4	Na estimação pontual buscamos encontrar um intervalo que contenha o parâmetro $\theta$ com uma probabilidade especificada.		
5	Seja $X_1, X_2, \dots, X_n$ uma amostra aleatória de uma densidade com média $a$ e variância $b$ . Então a média amostral tem também média $a$ e sua variância é $b/n$ .		
6	O princípio de invariância do MLE garante que, se $T$ é o MLE para $\theta$ , então $g(T)$ é não tendencioso para $g(\theta)$ .		
7	Um estimador é consistente se seu erro quadrático médio tende a zero quando o tamanho da amostra cresce indefinidamente.		
8	Não existem estimadores não tendenciosos com variância menor que o limite inferior de Cramér e Rao.		
9	O método de momentos fornece estimadores únicos.		
10	O método de momentos não necessariamente fornece estimadores iguais aos de máxima verossimilhança.		

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.01 – turma B**

**Teste 2 – 10/06/2005**

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Problema 2 (10 pontos)**

Sejam  $X_1, X_2, \dots, X_n$  iid Poisson(1). Seja  $Y$  a soma dos  $X$ 's. Aproxime, com base no Teorema Central do Limite, as seguintes probabilidades:

a)  $\Pr(Y \leq 27)$  onde  $Y$  é a soma de 25  $X_i$ 's

b)  $\Pr(Y > 48)$  onde  $Y$  é a soma de 36  $X_i$ 's

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.01 – turma B****Teste 2 – 10/06/2005****Nome:** \_\_\_\_\_**Problema 3 (30 pontos)**

Considere uma amostra aleatória de tamanho  $n$  da distribuição Poisson( $\theta$ ), ou seja, a função de probabilidade de cada  $X_i$  é dada por:

$$\Pr(X = x) = f(x) = \frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!} \quad \text{para } x = 0, 1, 2, \dots$$

- Encontre o estimador de máxima verossimilhança de  $\theta$ .
- Encontre o MLE de  $\Pr(X > 1)$ .
- Encontre a informação de Fisher sobre  $\theta$ .

**Dica: Série de Taylor da Exponencial**

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = e^x$$

**Dica 2: Se  $X$  tem distribuição Poisson( $\theta$ ) então  $E(X) = \theta = \text{VAR}(X)$**

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.01 – turma B****Teste 2 – 10/06/2005****Nome:** \_\_\_\_\_**Problema 4 (40 pontos)**

Sejam  $X_1, X_2, \dots, X_n$  iid  $N(\mu, 2)$ . Ou seja, a densidade de cada  $X_i$  é:

$$f(x_i, \mu) = \frac{1}{\sqrt{2(2)\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2(2)}[x_i - \mu]^2\right\} \text{ para } X_i \text{ um número real.}$$

- Encontre o MLE de  $\mu$ .
- Mostre que o MLE é não tendencioso.
- Mostre que o MLE é consistente.
- Calcule a informação de Fisher.
- Calcule o limite inferior de Cramer e Rao. O MLE é um estimador eficiente?
- Encontre um estimador por método de momentos de  $\mu$ .
- Encontre, a partir da média amostral, um estimador não tendencioso de  $\mu^2$ .

Tabela – Função de Distribuição N(0,1)

z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$
0,0000	50,00%		0,9800	83,65%		2,0125	97,79%
0,0200	50,80%		0,9900	83,89%		2,0200	97,83%
0,0300	51,20%		1,0000	84,13%		2,0300	97,88%
0,0400	51,60%		1,0100	84,38%		2,0400	97,93%
0,0500	51,99%		1,0167	84,54%		2,0412	97,94%
0,1000	53,98%		1,0250	84,73%		2,0500	97,98%
0,1500	55,96%		1,0500	85,31%		2,1000	98,21%
0,2000	57,93%		1,0553	85,44%		2,2000	98,61%
0,2236	58,85%		1,1000	86,43%		2,2361	98,73%
0,2828	61,14%		1,1180	86,82%		2,3000	98,93%
0,2500	59,87%		1,1475	87,44%		2,3263	99,00%
0,3000	61,79%		1,1500	87,49%		2,3333	99,02%
0,3015	61,85%		1,1553	87,60%		2,4000	99,18%
0,3333	63,06%		1,2000	88,49%		2,5000	99,38%
0,3475	63,59%		1,2060	88,61%		2,5500	99,46%
0,3492	63,65%		1,2200	88,88%		2,5628	99,48%
0,3500	63,68%		1,2500	89,44%		2,6000	99,53%
0,4000	65,54%		1,2700	89,79%		2,6500	99,60%
0,4167	66,16%		1,2816	90,00%		2,6667	99,62%
0,4307	66,67%		1,3000	90,32%		2,6833	99,64%
0,4500	67,36%		1,3333	90,88%		2,7000	99,65%
0,5000	69,15%		1,3750	91,54%		2,7500	99,70%
0,5500	70,88%		1,4000	91,92%		2,8000	99,74%
0,5774	71,81%		1,4142	92,14%		2,9000	99,81%
0,6000	72,57%		1,4500	92,65%		2,9500	99,84%
0,6250	73,40%		1,5000	93,32%		3,0000	99,87%
0,6500	74,22%		1,5500	93,94%		3,1000	99,90%
0,6667	74,75%		1,5811	94,31%		3,1500	99,92%
0,7000	75,80%		1,6000	94,52%		3,2000	99,93%
0,7500	77,34%		1,6450	95,00%			
0,8000	78,81%		1,6667	95,22%			
0,8333	79,77%		1,7000	95,54%			
0,8500	80,23%		1,8000	96,41%			
0,8666	80,69%		1,8500	96,78%			
0,8944	81,45%		1,9000	97,13%			
0,9000	81,59%		1,9500	97,44%			
0,9167	82,03%		1,9600	97,50%			
0,9500	82,89%		1,9800	97,61%			
0,9600	83,15%		1,9900	97,67%			
0,9700	83,40%		2,0000	97,72%			
0,9750	83,52%		2,0100	97,78%			