

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.01 – TURMA A**Teste 3 – 16/06/2005**

Nome: _____

Problema 1 (15 pontos)

Em cada questão abaixo, indique se a afirmativa é **verdadeira** ou **falsa** (marque um X na alternativa correta). Não é necessário justificar a sua resposta.

		Verdadeiro	Falso
1	A densidade F é assimétrica em torno de zero.		
2	Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de uma densidade com média a e variância b . Então a média amostral tem também média a mas sua variância é b/n .		
3	Um estimador não tendencioso é consistente se sua variância tende a zero quando o tamanho da amostra cresce indefinidamente.		
4	Sejam X_1 e X_2 variáveis aleatórias com médias 0.2 e 0.3, variâncias 4 e 1 e coeficiente de correlação 0.6. Então a variável $Y = 0.5X_1 + 0.5X_2$ tem média 0.25.		
5	Na situação da questão 4, a variância de Y é 5.		
6	Na situação da questão 4, o desvio padrão de Y é 2.		
7	Suponha que, num problema de estimação, você precisa estimar k parâmetros “livres” (não relacionados entre si). Então, para resolver o problema pelo método dos momentos você terá de resolver k equações.		
8	O retorno aritmético está limitado abaixo em -100% .		
9	O retorno aritmético entre os dias 1 e 5 é a soma dos retornos aritméticos diários no período.		
10	Um portfolio é uma combinação linear de ativos financeiros na qual a soma dos pesos de todos os ativos é 1.		
11	Na distribuição Binomial Negativa (r, p) , onde $r > 1$, a “regra de parada” é encontrar o primeiro sucesso.		
12	Uma possível aplicação da distribuição Gama é como modelo de preço de ações.		
13	Os estimadores por máxima verossimilhança são sempre não tendenciosos.		

14	Os estimadores por método de momentos são sempre consistentes.		
15	O método de momentos sempre fornece estimadores iguais aos de máxima verossimilhança.		

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.01 – TURMA A**Teste 3 – 16/06/2005**

Nome: _____

Problema 2 (35 pontos)

Considere os preços do litro das gasolinas aditivada e premium nos postos. Uma amostra de postos revela que os preços por litro da gasolina **aditivada** têm distribuição Normal com média R\$ 2,50 e desvio padrão R\$ 0,15. Os preços por litro da gasolina **premium** têm distribuição Normal com média 2,65 e desvio padrão R\$ 0,20. A correlação entre os preços das duas gasolinas é 80%. Calcule as seguintes probabilidades:

- De alguém pagar entre R\$ 2,275 e R\$ 2,725 por um litro de gasolina aditivada.
- De alguém pagar entre R\$ 2,275 e R\$ 2,725 por um litro de gasolina aditivada sabendo que neste posto o litro da gasolina premium custa R\$ 2,85.
- De alguém pagar entre R\$ 2,275 e R\$ 2,725 por um litro de gasolina aditivada sabendo que neste posto o litro da gasolina premium custa R\$ 2,55.
- Qual é a distribuição condicional dos preços da gasolina premium sabendo que o preço praticado da gasolina aditivada é R\$ 2,725 por litro?
- Qual é a distribuição condicional dos preços da gasolina premium sabendo que o preço praticado da gasolina aditivada é R\$ 2,275 por litro?
- Quanto um posto deve cobrar por litro para que a sua gasolina aditivada esteja entre as 5% mais baratas?
- Toma-se uma amostra de 9 postos. Qual a probabilidade do preço médio da gasolina aditivada na amostra exceder R\$ 2,575?

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.01– TURMA A**Teste 3 – 16/06/2005****Nome:** _____**Problema 3 (25 pontos)**

Sejam X_1 e X_2 variáveis aleatórias independentes, onde X_1 tem função de probabilidade Binomial (n_1, p) e X_2 tem função de probabilidade Binomial(n_2, p). Mostre, **usando o método que você preferir**, que $Y = X_1 + X_2$ tem função de probabilidade Binomial($n_1 + n_2, p$).

Dica:

Se X é Binomial(n, p) então $E(X) = n.p$, $VAR(X) = n.p.q$ e a fgm é: $(pe^t + q)^n$.

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.01 – TURMA A**Teste 3 – 16/06/2005****Nome: _____****Problema 4 (25 pontos)**

Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de uma densidade Uniforme(0, θ) onde θ é desconhecido.

a) Mostre que o MLE (estimador de máxima verossimilhança) de θ é:

$$X_{(n)} = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

b) Encontre um estimador por método de momentos de θ .

c) O MLE de θ é não tendencioso?

d) O MLE de θ é consistente?

e) Coleta-se uma amostra de tamanho 10 da Uniforme(0, θ). Os valores observados, em ordem crescente, são:

0.043

0.302

0.416

1.146

1.222

1.789

2.590

2.654

2.697

2.875

Compare o MLE e o estimador por método dos momentos de θ baseados nesta amostra.

Dica:

**A função de distribuição de $X_{(n)}$ é: $\Pr(X_{(n)} \leq x) = \Pr(\max(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq x) =$
 $= \Pr(X_1 \leq x, X_2 \leq x, \dots, X_n \leq x)$**

Tabela – Função de Distribuição N(0,1)

z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$
0,0000	50,00%		0,9800	83,65%		2,0100	97,78%
0,0200	50,80%		0,9900	83,89%		2,0125	97,79%
0,0300	51,20%		1,0000	84,13%		2,0200	97,83%
0,0400	51,60%		1,0100	84,38%		2,0300	97,88%
0,0500	51,99%		1,0167	84,54%		2,0400	97,93%
0,1000	53,98%		1,0250	84,73%		2,0412	97,94%
0,1500	55,96%		1,0500	85,31%		2,0500	97,98%
0,2000	57,93%		1,0553	85,44%		2,1000	98,21%
0,2236	58,85%		1,1000	86,43%		2,2000	98,61%
0,2500	59,87%		1,1180	86,82%		2,2361	98,73%
0,3000	61,79%		1,1475	87,44%		2,3000	98,93%
0,3015	61,85%		1,1500	87,49%		2,3263	99,00%
0,3333	63,06%		1,1553	87,60%		2,3333	99,02%
0,3475	63,59%		1,1667	87,83%		2,4000	99,18%
0,3492	63,65%		1,2000	88,49%		2,5000	99,38%
0,3500	63,68%		1,2060	88,61%		2,5500	99,46%
0,4000	65,54%		1,2200	88,88%		2,5628	99,48%
0,4167	66,16%		1,2500	89,44%		2,6000	99,53%
0,4307	66,67%		1,2700	89,79%		2,6500	99,60%
0,4500	67,36%		1,2816	90,00%		2,6667	99,62%
0,5000	69,15%		1,3000	90,32%		2,6833	99,64%
0,5500	70,88%		1,3333	90,88%		2,7000	99,65%
0,5774	71,81%		1,3750	91,54%		2,7500	99,70%
0,6000	72,57%		1,4000	91,92%		2,8000	99,74%
0,6250	73,40%		1,4468	92,60%		2,9000	99,81%
0,6500	74,22%		1,4500	92,65%		2,9500	99,84%
0,6667	74,75%		1,5000	93,32%		3,0000	99,87%
0,6708	74,88%		1,5500	93,94%		3,1000	99,90%
0,7000	75,80%		1,5811	94,31%		3,1500	99,92%
0,7500	77,34%		1,6000	94,52%		3,1667	99,92%
0,8000	78,81%		1,6450	95,00%		3,2000	99,93%
0,8333	79,77%		1,6667	95,22%		3,8333	99,99%
0,8500	80,23%		1,7000	95,54%			
0,8666	80,69%		1,8000	96,41%			
0,8944	81,45%		1,8333	96,66%			
0,9000	81,59%		1,8500	96,78%			
0,9167	82,03%		1,9000	97,13%			
0,9500	82,89%		1,9500	97,44%			
0,9600	83,15%		1,9600	97,50%			
0,9650	83,27%		1,9800	97,61%			
0,9700	83,40%		1,9900	97,67%			
0,9750	83,52%		2,0000	97,72%			