**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.01 – TURMA B**
**Teste 3 – 17/06/2005**
**Nome: ________________________________________**

**Problema 1 (15 pontos)**

Em cada questão abaixo, indique se a afirmativa é **verdadeira** ou **falsa** (marque um X na alternativa correta). Não é necessário justificar a sua resposta.

| | | Verdadeiro | Falso |
|---|---|---|---|
| 1 | A densidade F é simétrica em torno de zero. | | |
| 2 | Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de uma densidade com média a e variância b. Então a soma dos $X_i$´s tem também média a mas sua variância é b/n. | | |
| 3 | Um estimador não tendencioso é consistente se sua tendência ("bias") vai a zero quando o tamanho da amostra cresce indefinidamente. | | |
| 4 | Sejam $X_1$ e $X_2$ variáveis aleatórias com médias 0.2 e 0.3, variâncias 4 e 1 e coeficiente de correlação 0.6. Então a variável $Y = 0.5X_1 + 0.5X_2$ tem média 0.25. | | |
| 5 | Na situação da questão 4, a variância de Y é 3.65. | | |
| 6 | Na situação da questão 4, o desvio padrão de Y é 2. | | |
| 7 | Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de uma densidade Normal com média $\mu$ e variância $\sigma^2$. Então: $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{\sigma^2}$ tem densidade Qui-quadrado com n graus de liberdade. | | |
| 8 | O retorno aritmético está limitado abaixo em –100%. | | |
| 9 | O retorno geométrico entre os dias 1 e 5 é a soma dos retornos aritméticos diários no período. | | |
| 10 | Um portfolio é uma combinação linear de ativos financeiros na qual a soma dos pesos de todos os ativos é 0. | | |
| 11 | Na distribuição Binomial(n, p), onde n > 1, a "regra de parada" é encontrar o primeiro sucesso. | | |
| 12 | Uma possível aplicação da distribuição Exponencial é como modelo de preço de ações. | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13 | Os estimadores por máxima verossimilhança são sempre consistentes. | | |
| 14 | Os estimadores por método de momentos são sempre não tendenciosos. | | |
| 15 | O método de momentos sempre fornece estimadores iguais aos de máxima verossimilhança. | | |

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.01 – TURMA B**
**Teste 3 – 17/06/2005**
**Nome: ___________________________________________**

**Problema 2 (35 pontos)**

Os preços de apartamentos de dois quartos em duas cidades X e Y são variáveis Normais correlacionadas. Na cidade X, o preço médio é R$ 140 mil, e o desvio padrão dos preços é R$ 15 mil. Na cidade Y, o preço médio é R$ 180 mil, e o desvio padrão dos preços é R$ 25 mil. A correlação entre os preços é $\rho = +0.8$. Calcule as seguintes probabilidades:

a) De alguém pagar entre R$ 121250 e R$ 158750 por um apartamento na cidade X.
b) De alguém pagar entre R$ 121250 e R$ 158750 por um apartamento na cidade X sabendo que um apartamento “equivalente” na cidade Y custa R$ 200 mil.
c) De alguém pagar entre R$ 121250 e R$ 158750 por um apartamento na cidade X sabendo que um apartamento “equivalente” na cidade Y custa R$ 217500.
d) Qual é a distribuição condicional dos preços de apartamento na cidade Y sabendo que o preço de um apartamento equivalente na cidade X é R$ 160 mil?
e) Qual é a distribuição condicional dos preços de apartamento na cidade Y sabendo que o preço de um apartamento equivalente na cidade X é R$ 120 mil?
f) Quanto deve pagar uma pessoa na cidade X para que o seu apartamento esteja entre os 10% mais caros?
g) Toma-se uma amostra de 9 apartamentos comprados recentemente na cidade X. Qual a probabilidade do maior preço pago na amostra exceder R$ 145 mil?

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.01 – TURMA B**
**Teste 3 – 17/06/2005**
**Nome: ________________________________________**

**Problema 3 (25 pontos)**

Sejam $X_1$ e $X_2$ variáveis aleatórias independentes, onde $X_1$ tem densidade $N(\mu_1,\sigma^2)$ e $X_2$ tem densidade $N(\mu_2,\sigma^2)$. Mostre, **usando o método que você preferir**, que $Y = X_1 + X_2$ tem densidade $N(\mu_1+\mu_2,2\sigma^2)$.

**Dica:**

Se X é $N(\mu,\sigma^2)$ então $E(X) = \mu$, $VAR(X) = \sigma 2$ e a fgm é: $\exp\left(\mu.t+\frac{\sigma^2 t^2}{2}\right)$

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.01 – TURMA B**
**Teste 3 – 17/06/2005**
**Nome: ___________________________________________**

**Problema 4 (25 pontos)**

Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de uma densidade Uniforme$(0,\theta)$ onde $\theta$ é desconhecido.

a) Mostre que o MLE (estimador de máxima verossimilhança) de $\theta$ é:

$X_{(n)} = \text{máx}(X_1, X_2, \ldots, X_n)$

b) Encontre um estimador por método de momentos de $\theta$.

c) O MLE de $\theta$ é não tendencioso?

d) O MLE de $\theta$ é consistente?

e) Coleta-se uma amostra de tamanho 10 da Uniforme$(0,\theta)$. Os valores observados, em ordem crescente, são:

0.043
0.302
0.416
1.146
1.222
1.789
2.590
2.654
2.697
2.875

Compare o MLE e o estimador por método dos momentos de $\theta$ baseados nesta amostra.

**Dica:**

**A função de distribuição de $X_{(n)}$ é: $\Pr(X_{(n)} \leq x) = \Pr(\text{máx}(X_1, X_2, \ldots, X_n) \leq x) =$**
**$= \Pr(X_1 \leq x, X_2 \leq x, \ldots, X_n \leq x)$**

## Tabela – Função de Distribuição N(0,1)

| z | Φ(z) | | z | Φ (z) | | z | Φ (z) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0000 | 50,00% | | 0,9800 | 83,65% | | 2,0000 | 97,72% |
| 0,0200 | 50.80% | | 0,9900 | 83,89% | | 2,0100 | 97,78% |
| 0,0300 | 51.20% | | 1,0000 | 84,13% | | 2,0125 | 97,79% |
| 0,0400 | 51.60% | | 1,0100 | 84.38% | | 2.0200 | 97.83% |
| 0,0500 | 51,99% | | 1.0167 | 84.54% | | 2.0300 | 97.88% |
| 0,1000 | 53,98% | | 1.0250 | 84.73% | | 2.0400 | 97.93% |
| 0,1500 | 55,96% | | 1,0500 | 85,31% | | 2.0412 | 97.94% |
| 0,2000 | 57,93% | | 1,0553 | 85,44% | | 2.0500 | 97.98% |
| 0,2236 | 58,85% | | 1,1000 | 86,43% | | 2,1000 | 98,21% |
| 0,2500 | 59,87% | | 1,1180 | 86,82% | | 2,2000 | 98,61% |
| 0,3000 | 61,79% | | 1,1475 | 87,44% | | 2,2361 | 98,73% |
| 0,3015 | 61,85% | | 1,1500 | 87,49% | | 2,3000 | 98,93% |
| 0,3333 | 63,06% | | 1,1553 | 87,60% | | 2,3263 | 99,00% |
| 0,3475 | 63,59% | | 1,1667 | 87,83% | | 2,3333 | 99,02% |
| 0,3492 | 63,65% | | 1,2000 | 88,49% | | 2,4000 | 99,18% |
| 0,3500 | 63,68% | | 1,2060 | 88,61% | | 2,5000 | 99,38% |
| 0,4000 | 65,54% | | 1,2200 | 88,88% | | 2,5500 | 99,46% |
| 0.4167 | 66.16% | | 1,2500 | 89,44% | | 2,5628 | 99,48% |
| 0,4307 | 66,67% | | 1.2700 | 89.79% | | 2,6000 | 99,53% |
| 0,4500 | 67,36% | | 1,2816 | 90,00% | | 2,6500 | 99,60% |
| 0,5000 | 69,15% | | 1,3000 | 90,32% | | 2,6667 | 99,62% |
| 0,5500 | 70,88% | | 1,3333 | 90,88% | | 2,6833 | 99,64% |
| 0,5774 | 71.81% | | 1,3750 | 91.54% | | 2,7000 | 99,65% |
| 0,6000 | 72,57% | | 1,4000 | 91,92% | | 2.7500 | 99.70% |
| 0,6250 | 73,40% | | 1,4468 | 92,60% | | 2,8000 | 99,74% |
| 0,6500 | 74,22% | | 1,4500 | 92,65% | | 2,9000 | 99,81% |
| 0,6667 | 74,75% | | 1,5000 | 93,32% | | 2,9500 | 99,84% |
| 0,6708 | 74,88% | | 1,5500 | 93,94% | | 3,0000 | 99,87% |
| 0,7000 | 75,80% | | 1,5811 | 94,31% | | 3,1000 | 99,90% |
| 0,7500 | 77,34% | | 1,6000 | 94,52% | | 3,1500 | 99,92% |
| 0,8000 | 78,81% | | 1,6450 | 95,00% | | 3,1667 | 99,92% |
| 0,8333 | 79.77% | | 1,6667 | 95,22% | | 3,2000 | 99,93% |
| 0,8500 | 80,23% | | 1,7000 | 95,54% | | 3,8333 | 99,99% |
| 0.8666 | 80.69% | | 1,8000 | 96,41% | | 4,0833 | 100.00% |
| 0,8944 | 81,45% | | 1,8333 | 96,66% | | | |
| 0,9000 | 81,59% | | 1.8500 | 96.78% | | | |
| 0,9167 | 82,03% | | 1,9000 | 97,13% | | | |
| 0,9500 | 82,89% | | 1.9500 | 97.44% | | | |
| 0,9600 | 83,15% | | 1,9600 | 97,50% | | | |
| 0,9700 | 83,40% | | 1,9800 | 97,61% | | | |
| 0,9722 | 83,45% | | 1,9900 | 97.67% | | | |
| 0,9750 | 83,52% | | 1,9950 | 97,70% | | | |