

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.02**Teste 2 – 22/11/2005****Nome:** _____**PROBLEMA 1 (20 pontos)**

Considere uma variável Binomial com $n = 32$ e $p = \frac{1}{2}$.

a) Calcule exatamente:

x	Pr(X = x)
15	
16	
17	
$\text{Pr}(15 \leq X \leq 17)$	

b) Calcule usando o Teorema de DeMoivre e Laplace **com** correção de continuidade.

x	Pr(X = x)
15	
16	
17	
$\text{Pr}(15 \leq X \leq 17)$	

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.02

Teste 2 – 22/11/2005

Nome: _____

PROBLEMA 2 (25 pontos)

Considere uma amostra aleatória de tamanho n da distribuição Bernoulli(p).

- a) Encontre o estimador de máxima verossimilhança de p .
- b) Encontre a informação de Fisher.
- c) O MLE é consistente? É não tendencioso?
- d) Ache o limite inferior de Cramer e Rao para um estimador de p .

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.02**Teste 2 – 22/11/2005****Nome: _____****Problema 3 (10 pontos)**

A mesma prova foi aplicada em duas turmas, com os resultados descritos a seguir.

	Turma A	Turma B
Média	64	69
Desvio Padrão	15	20
Número de Alunos	40	32

Encontre um intervalo de confiança 95% para a diferença das médias $\mu_B - \mu_A$. Use uma aproximação Normal, já que o número de graus de liberdade da distribuição t é grande.

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.02**Teste 2 – 22/11/2005****Nome:** _____**Problema 4 (20 pontos)**

Considere uma amostra aleatória de tamanho 12 da distribuição Bernoulli(p).

Suponha que a densidade a priori é uma Beta(4,4).

- a) Qual a densidade a posteriori?
- b) Suponha que observamos $\bar{X} = \hat{p} = 0.6$. Escreva a média a posteriori como uma média ponderada deste estimador e da média da priori.
- c) Repita o item b) supondo agora que a priori é uma Beta(8,8).

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.02**Teste 2 – 22/11/2005****Nome:** _____**Problema 5 (25 pontos)**

Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória da densidade $N(0, \theta)$.

a) Mostre que o estimador de máxima verossimilhança de θ é $T = \frac{1}{n} \sum X_i^2$

b) Mostre que T é não tendencioso para θ e tem variância $2\theta^2/n$. Dica: Calcule $E(X_i^4)$.

Tabela – Função de Distribuição N(0,1)

z	Φ(z)		z	Φ (z)		z	Φ (z)
0.0000	50.00%		0.9800	83.65%		2.0125	97.79%
0.0200	50.80%		0.9900	83.89%		2.0200	97.83%
0.0300	51.20%		1.0000	84.13%		2.0300	97.88%
0.0400	51.60%		1.0100	84.38%		2.0400	97.93%
0.0500	51.99%		1.0167	84.54%		2.0412	97.94%
0.1000	53.98%		1.0250	84.73%		2.0500	97.98%
0.1500	55.96%		1.0500	85.31%		2.1000	98.21%
0.2000	57.93%		1.0553	85.44%		2.2000	98.61%
0.2236	58.85%		1.1000	86.43%		2.2361	98.73%
0.2500	59.87%		1.1180	86.82%		2.3000	98.93%
0.3000	61.79%		1.1475	87.44%		2.3263	99.00%
0.3015	61.85%		1.1500	87.49%		2.3333	99.02%
0.3333	63.06%		1.1553	87.60%		2.4000	99.18%
0.3475	63.59%		1.2000	88.49%		2.5000	99.38%
0.3492	63.65%		1.2060	88.61%		2.5500	99.46%
0.3500	63.68%		1.2200	88.88%		2.5628	99.48%
0.4000	65.54%		1.2500	89.44%		2.6000	99.53%
0.4167	66.16%		1.2700	89.79%		2.6500	99.60%
0.4307	66.67%		1.2816	90.00%		2.6667	99.62%
0.4500	67.36%		1.3000	90.32%		2.6833	99.64%
0.5000	69.15%		1.3333	90.88%		2.7000	99.65%
0.5500	70.88%		1.3750	91.54%		2.7500	99.70%
0.5774	71.81%		1.4000	91.92%		2.8000	99.74%
0.6000	72.57%		1.4468	92.60%		2.9000	99.81%
0.6250	73.40%		1.4500	92.65%		2.9500	99.84%
0.6500	74.22%		1.5000	93.32%		3.0000	99.87%
0.6667	74.75%		1.5500	93.94%		3.1000	99.90%
0.6708	74.88%		1.5811	94.31%		3.1500	99.92%
0.7000	75.80%		1.6000	94.52%		3.2000	99.93%
0.7500	77.34%		1.6450	95.00%			
0.8000	78.81%		1.6667	95.22%			
0.8333	79.77%		1.7000	95.54%			
0.8500	80.23%		1.8000	96.41%			
0.8666	80.69%		1.8500	96.78%			
0.8944	81.45%		1.9000	97.13%			
0.9000	81.59%		1.9500	97.44%			
0.9167	82.03%		1.9600	97.50%			
0.9500	82.89%		1.9800	97.61%			
0.9600	83.15%		1.9900	97.67%			
0.9700	83.40%		2.0000	97.72%			
0.9750	83.52%		2.0100	97.78%			