

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.02****Teste 3 – 01/12/2005****Nome:** \_\_\_\_\_**PROBLEMA 1 (20 pontos)**

Sejam  $X_1$  e  $X_2$  variáveis aleatórias independentes, onde  $X_1$  tem densidade  $N(\mu_1, \sigma^2)$  e  $X_2$  tem densidade  $N(\mu_2, \sigma^2)$ . Mostre, **usando o método que você preferir**, que  $Y = X_1 + X_2$  tem densidade  $N(\mu_1 + \mu_2, 2\sigma^2)$ .

**Dica:**

Se  $X$  é  $N(\mu, \sigma^2)$  então  $E(X) = \mu$ ,  $VAR(X) = \sigma^2$  e a fgm é:  $\exp\left(\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}\right)$

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.02****Teste 3 – 01/12/2005****Nome:** \_\_\_\_\_**PROBLEMA 2 (20 pontos)**

Considere uma amostra aleatória de tamanho 16 da distribuição Poisson com média  $\theta$ .

Suponha que a densidade a priori é uma Gama( $a = 4$ ,  $b = 2$ ).

- a) Qual a densidade a posteriori?
- b) Suponha que observamos  $\bar{X} = 2$ . Escreva a média a posteriori como uma média ponderada deste estimador e da média da priori.
- c) Repita o item b) supondo agora que a priori é uma Gama( $a = 12$ ,  $b = 6$ ).

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.02****Teste 3 – 01/12/2005****Nome:** \_\_\_\_\_**Problema 3 (20 pontos)**

Seja  $X_1, X_2, \dots, X_n$  uma amostra aleatória de uma densidade Uniforme(0,  $\theta$ ) onde  $\theta$  é desconhecido.

a) Mostre que o MLE (estimador de máxima verossimilhança) de  $\theta$  é:

$$X_{(n)} = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

b) Encontre um estimador por método de momentos de  $\theta$ .

c) O MLE de  $\theta$  é não tendencioso?

d) O MLE de  $\theta$  é consistente?

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.02****Teste 3 – 01/12/2005****Nome:** \_\_\_\_\_**Problema 4 (20 pontos)**

Seja  $X$  uma variável Qui-quadrado com 50 graus de liberdade. Use o teorema central do limite para aproximar as seguintes probabilidades:

- a)  $\Pr(X < 55)$
- b)  $\Pr(45 < X < 55)$

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2005.02****Teste 3 – 01/12/2005****Nome:** \_\_\_\_\_**Problema 5 (20 pontos)**

Um apartamento de 2 quartos numa certa região da cidade custa, em média R\$ 260 mil. A dispersão entre os valores, medida pelo desvio padrão, é R\$ 100 mil. Além disso, pode-se encarar os preços dos apartamentos como independentes entre si e Normalmente distribuídos.

- a) Uma imobiliária pretende oferecer uma viagem de presente aos compradores de apartamentos de 2 quartos neste bairro que comprem os apartamentos situados na faixa dos 10% mais caros. A partir de quanto deve custar o seu apartamento para que você ganhe a viagem de “presente”?
- b) Considere 16 compradores de apartamentos de 2 quartos neste bairro. Qual a probabilidade do preço médio pago por eles ser inferior a R\$ 300 mil?
- c) Dentre as 16 pessoas nesta mesma amostra, qual a probabilidade do comprador que pagou mais caro por um apartamento ter pago menos de R\$ 285 mil?
- d) Dentre as 16 pessoas nesta mesma amostra, qual a probabilidade do comprador do apartamento mais barato ter pago mais de R\$ 235 mil?

**Tabela – Função de Distribuição N(0,1)**

<b>z</b>	<b>Φ(z)</b>		<b>z</b>	<b>Φ (z)</b>		<b>z</b>	<b>Φ (z)</b>
0.0000	50.00%		0.9800	83.65%		2.0125	97.79%
0.0200	50.80%		0.9900	83.89%		2.0200	97.83%
0.0300	51.20%		1.0000	84.13%		2.0300	97.88%
0.0400	51.60%		1.0100	84.38%		2.0400	97.93%
0.0500	51.99%		1.0167	84.54%		2.0412	97.94%
0.1000	53.98%		1.0250	84.73%		2.0500	97.98%
0.1500	55.96%		1.0500	85.31%		2.1000	98.21%
0.2000	57.93%		1.0553	85.44%		2.2000	98.61%
0.2236	58.85%		1.1000	86.43%		2.2361	98.73%
0.2500	59.87%		1.1180	86.82%		2.3000	98.93%
0.3000	61.79%		1.1475	87.44%		2.3263	99.00%
0.3015	61.85%		1.1500	87.49%		2.3333	99.02%
0.3333	63.06%		1.1553	87.60%		2.4000	99.18%
0.3475	63.59%		1.2000	88.49%		2.5000	99.38%
0.3492	63.65%		1.2060	88.61%		2.5500	99.46%
0.3500	63.68%		1.2200	88.88%		2.5628	99.48%
0.4000	65.54%		1.2500	89.44%		2.6000	99.53%
0.4167	66.16%		1.2700	89.79%		2.6500	99.60%
0.4307	66.67%		1.2816	90.00%		2.6667	99.62%
0.4500	67.36%		1.3000	90.32%		2.6833	99.64%
0.5000	69.15%		1.3333	90.88%		2.7000	99.65%
0.5500	70.88%		1.3750	91.54%		2.7500	99.70%
0.5774	71.81%		1.4000	91.92%		2.8000	99.74%
0.6000	72.57%		1.4468	92.60%		2.9000	99.81%
0.6250	73.40%		1.4500	92.65%		2.9500	99.84%
0.6500	74.22%		1.5000	93.32%		3.0000	99.87%
0.6667	74.75%		1.5500	93.94%		3.1000	99.90%
0.6708	74.88%		1.5811	94.31%		3.1500	99.92%
0.7000	75.80%		1.6000	94.52%		3.2000	99.93%
0.7500	77.34%		1.6450	95.00%			
0.8000	78.81%		1.6667	95.22%			
0.8333	79.77%		1.7000	95.54%			
0.8500	80.23%		1.8000	96.41%			
0.8666	80.69%		1.8500	96.78%			
0.8944	81.45%		1.9000	97.13%			
0.9000	81.59%		1.9500	97.44%			
0.9167	82.03%		1.9600	97.50%			
0.9500	82.89%		1.9800	97.61%			
0.9600	83.15%		1.9900	97.67%			
0.9700	83.40%		2.0000	97.72%			
0.9750	83.52%		2.0100	97.78%			