

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2006.01
Teste 3 – 29/06/2005 – PROVA FINAL
Nome: _____

PROBLEMA 1 (20 pontos)

O preço por litro da gasolina comum no Rio de Janeiro é uma variável aleatória Normal com média R\$ 2.70 e desvio padrão R\$ 0.15.

- a) Qual a probabilidade da gasolina comum custar menos de R\$ 2.60?
- b) Quanto um posto deve cobrar pela gasolina para estar entre os 10% mais caros?
- c) Quanto um posto deve cobrar pelo litro da gasolina para estar entre os 5% mais baratos?
Toma-se uma amostra de 9 postos de gasolina.
- d) Qual a probabilidade do preço médio da gasolina na amostra ser menor que R\$ 2.75 ?

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2006.01

Teste 3 – 29/06/2005 – PROVA FINAL

Nome: _____

PROBLEMA 2 (20 pontos)

Seja X uma variável aleatória contínua com densidade $f(x) = cx^2$ onde $0 < x < 2$.

- Ache a constante c que faz de $f(x)$ uma densidade.
- Encontre a função de distribuição de X .
- Ache a média, a variância e o desvio padrão de X .
- Encontre um ponto m no intervalo $(0,2)$ tal que $\Pr(X > m) = \Pr(X \leq m) = 50\%$. Este ponto é a *mediana* da distribuição.

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2006.01

Teste 3 – 29/06/2005 – PROVA FINAL

Nome: _____

PROBLEMA 3 (20 pontos)

Sejam X_1, X_2, \dots, X_{48} medidas independentes de uma certa experiência, e sejam Y_1, Y_2, \dots, Y_{48} os X 's aproximados até o próximo inteiro. Seja $e_i = Y_i - X_i, i = 1, 2, \dots, 48$. Os e_i 's são iid Unif(-0.5, +0.5) .

Aproxime a seguinte probabilidade: $\Pr \left\{ \sum_{i=1}^{48} e_i < 2.4 \right\}$.

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2006.01**Teste 3 – 29/06/2005 – PROVA FINAL**

Nome: _____

Problema 4 (20 pontos)Sejam X_1, X_2, \dots, X_n iid Poisson(λ).

- Encontre o estimador de máxima verossimilhança de λ .
- O MLE de λ é não tendencioso?
- O MLE de λ é consistente?
- Encontre o estimador de máxima verossimilhança de $\Pr\{X_i = 0\} = e^{-\lambda}$. Verifique que este estimador de máxima verossimilhança é tendencioso. Encontre um estimador não tendencioso de $e^{-\lambda}$.
- Ache o limite inferior de Cramer e Rao para λ .

Dica: Considere a função geradora de momentos dos X 's.

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2006.01**Teste 3 – 29/06/2005 – PROVA FINAL**

Nome: _____

Problema 5 (20 pontos)

Um computador gera 8 números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo $(0,1)$.

- a) Calcule a probabilidade de que o menor destes números será menor que 0.1.
- b) Calcule o valor esperado do menor destes números.
- c) Encontre a densidade do maior destes 8 números.
- d) Encontre o valor esperado do maior destes 8 números.
- e) Calcule a probabilidade de que o maior destes números exceda 0.8.

Dica: você pode citar resultados dos slides, ao invés de demonstrar explicitamente todos os passos necessários aqui.

Tabela – Função de Distribuição N(0,1)

z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$
0.0000	50.00%		0.9800	83.65%		2.0125	97.79%
0.0200	50.80%		0.9900	83.89%		2.0200	97.83%
0.0300	51.20%		1.0000	84.13%		2.0300	97.88%
0.0400	51.60%		1.0100	84.38%		2.0400	97.93%
0.0500	51.99%		1.0167	84.54%		2.0412	97.94%
0.1000	53.98%		1.0250	84.73%		2.0500	97.98%
0.1500	55.96%		1.0500	85.31%		2.1000	98.21%
0.1667	56.62%		1.0553	85.44%		2.1500	98.42%
0.2000	57.93%		1.0800	85.99%		2.2000	98.61%
0.2236	58.85%		1.1000	86.43%		2.2361	98.73%
0.2500	59.87%		1.1180	86.82%		2.3000	98.93%
0.3000	61.79%		1.1475	87.44%		2.3263	99.00%
0.3015	61.85%		1.1500	87.49%		2.3333	99.02%
0.3333	63.06%		1.1553	87.60%		2.4000	99.18%
0.3475	63.59%		1.2000	88.49%		2.5000	99.38%
0.3492	63.65%		1.2060	88.61%		2.5500	99.46%
0.3500	63.68%		1.2200	88.88%		2.5628	99.48%
0.4000	65.54%		1.2500	89.44%		2.6000	99.53%
0.4167	66.16%		1.2700	89.79%		2.6500	99.60%
0.4307	66.67%		1.2816	90.00%		2.6667	99.62%
0.4500	67.36%		1.3000	90.32%		2.6833	99.64%
0.5000	69.15%		1.3333	90.88%		2.7000	99.65%
0.5500	70.88%		1.3750	91.54%		2.7500	99.70%
0.5774	71.81%		1.4000	91.92%		2.8000	99.74%
0.6000	72.57%		1.4468	92.60%		2.9000	99.81%
0.6250	73.40%		1.4500	92.65%		2.9500	99.84%
0.6500	74.22%		1.5000	93.32%		3.0000	99.87%
0.6667	74.75%		1.5500	93.94%		3.1000	99.90%
0.6708	74.88%		1.5811	94.31%		3.1500	99.92%
0.7000	75.80%		1.6000	94.52%		3.2000	99.93%
0.7500	77.34%		1.6450	95.00%			
0.8000	78.81%		1.6667	95.22%			
0.8333	79.77%		1.7000	95.54%			
0.8500	80.23%		1.8000	96.41%			
0.8666	80.69%		1.8500	96.78%			
0.8944	81.45%		1.9000	97.13%			
0.9000	81.59%		1.9500	97.44%			
0.9167	82.03%		1.9600	97.50%			
0.9500	82.89%		1.9800	97.61%			
0.9600	83.15%		1.9900	97.67%			
0.9700	83.40%		2.0000	97.72%			
0.9750	83.52%		2.0100	97.78%			