

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2006.02

Teste 1 – 05/10/2006

Nome: _____

**ATENÇÃO – MOSTRE OS RESULTADOS NUMÉRICOS COM 4 CASAS DECIMAIS
OU EM PORCENTAGEM COM 2 CASAS DECIMAIS.**

PROBLEMA 1 (20 pontos)

Você quer montar um portfólio com dois ativos. Calcule o retorno médio e o risco (desvio padrão do retorno do portfólio) EM FUNÇÃO DE α (a proporção do ativo A no portfólio) sob as seguintes condições:

Ativo A: retorno médio = 2.5%, d.p. retorno = 6%

Ativo B: retorno médio = 1%, d.p. retorno = 2%

- a) Suponha que a correlação entre os dois ativos é nula. Calcule o retorno médio e o risco (desvio padrão) do portfólio.
- b) A correlação entre os dois ativos é -0.2. Calcule o retorno médio e o risco (desvio padrão) do portfólio.
- c) Na situação do item b) encontre α de forma a obter o portfólio de menor variância possível.
- d) Qual o risco (medido pelo desvio padrão) do portfólio do item c)?

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2006.02**Teste 1 – 05/10/2006****Nome:** _____**PROBLEMA 2 (20 pontos)**

Sejam X_1, X_2, \dots, X_n iid com densidade Exponencial com média $1/\lambda$. Seja:

$T = 2 \cdot \lambda \cdot \sum_{i=1}^n X_i$. Mostre que T tem densidade Qui-quadrado com $2n$ graus de liberdade.

Dicas:

- 1) A solução é simples, não é necessário fazer contas muito complicadas. As densidades Qui-quadrado e Exponencial são apenas casos particulares da Gama. Como?
- 2) A função geradora de momentos de cada X_i é $\lambda/(\lambda - t)$ onde $t < \lambda$.
- 3) A função geradora de momentos de uma variável Qui-Quadrado com k graus de liberdade é:

$$M(t) = \frac{1}{(1 - 2t)^k} \text{ para } t < \frac{1}{2}$$

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2006.02**Teste 1 – 05/10/2006**

Nome: _____

PROBLEMA 3 (10 pontos)

Sejam Y_1 e Y_2 variáveis Normais independentes com médias 2 e -1 e variâncias iguais a 1. Sejam X_1 e X_2 definidos como : $X_1 = \exp(Y_1)$ e $X_2 = \exp(Y_2)$.

Defina uma nova variável W como:

$$W = (2X_1^2 \cdot X_2^4)$$

Calcule $E(W)$

Dica:

Se X tem densidade $N(\mu, \sigma^2)$ então sua função geradora de momentos é:

$$M(t) = \exp\left[\mu \cdot t + \frac{\sigma^2 \cdot t^2}{2}\right]$$

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2006.02**Teste 1 – 05/10/2006****Nome:** _____**PROBLEMA 4 (20 pontos)**

Suponha que X , a nota de uma pessoa num concurso público, é uma variável aleatória contínua com densidade $f(x) = cx^3$ onde $0 < x < 100$.

- a) Ache a constante c que faz de $f(x)$ uma densidade.
- b) Encontre a função de distribuição de X .
- c) Qual a probabilidade de uma pessoa qualquer tirar mais de 50 na prova?
- d) Encontre a nota média na prova.
- e) Encontre um ponto m no intervalo $(0,100)$ tal que $\Pr(X > m) = \Pr(X \leq m) = 50\%$. Este ponto é a *mediana* da distribuição.

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2006.02**Teste 1 – 05/10/2006****Nome:** _____**PROBLEMA 5 (30 pontos)**

Uma empresa distribuidora de energia registra mensalmente o consumo de energia de seus clientes. Num determinado prédio, o consumo de cada residência no mês de JULHO foi uma variável Normal com média 300 KWh e desvio padrão 60 KWh.

No mesmo prédio em JANEIRO, o consumo de cada residência foi uma variável Normal com média 420 KWh e desvio padrão 90 KWh.

Os consumos nos dois meses têm correlação 0.8.

a) A empresa pretende implantar um programa de fidelidade e quer convidar os clientes residenciais com contas mais altas. Apenas os 5% que **mais consomem** em JULHO receberão o cartão. Acima de qual consumo em julho uma residência será convidada para o programa de fidelidade?

b) Qual a probabilidade de uma residência consumir entre 210 e 360 KWh em JULHO?

c) Qual a probabilidade de uma residência consumir entre 210 e 360 KWh em JULHO sabendo que seu consumo em JANEIRO foi de 510 KWh?

d) Qual a probabilidade de uma residência consumir entre 210 e 360 KWh em JULHO sabendo que seu consumo em JANEIRO foi de 330 KWh?

e) Qual a distribuição de probabilidade do consumo de uma residência em JANEIRO sabendo que esta residência consumiu 330 KWh em JULHO?

f) Qual a média condicional do consumo em JANEIRO sabendo que em JULHO o consumo desta residência foi de x KWh?

Tabela – Função de Distribuição N(0,1)

z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$
0,0000	50,00%		0,9800	83,65%		2,0100	97,78%
0,0100	50,40%		0,9882	83,85%		2,0125	97,79%
0,0200	50,80%		0,9900	83,89%		2,0200	97,83%
0,0300	51,20%		1,0000	84,13%		2,0300	97,88%
0,0400	51,60%		1,0100	84,38%		2,0400	97,93%
0,0500	51,99%		1,0167	84,54%		2,0412	97,94%
0,1000	53,98%		1,0250	84,73%		2,0500	97,98%
0,1042	54,15%		1,0300	84,85%		2,1000	98,21%
0,1500	55,96%		1,0500	85,31%		2,1875	98,56%
0,2000	57,93%		1,0553	85,44%		2,2000	98,61%
0,2236	58,85%		1,1000	86,43%		2,2361	98,73%
0,2500	59,87%		1,1475	87,44%		2,3000	98,93%
0,3000	61,79%		1,1500	87,49%		2,3263	99,00%
0,3015	61,85%		1,1553	87,60%		2,3333	99,02%
0,3333	63,06%		1,1667	87,83%		2,4000	99,18%
0,3475	63,59%		1,2000	88,49%		2,5000	99,38%
0,3492	63,65%		1,2200	88,88%		2,5500	99,46%
0,3500	63,68%		1,2500	89,44%		2,5628	99,48%
0,4000	65,54%		1,2700	89,79%		2,6000	99,53%
0,4167	66,16%		1,2816	90,00%		2,6500	99,60%
0,4307	66,67%		1,3000	90,32%		2,6667	99,62%
0,4500	67,36%		1,3333	90,88%		2,6833	99,64%
0,5000	69,15%		1,3750	91,54%		2,7000	99,65%
0,5500	70,88%		1,4000	91,92%		2,7500	99,70%
0,5774	71,81%		1,4468	92,60%		2,8000	99,74%
0,6000	72,57%		1,4500	92,65%		2,9000	99,81%
0,6250	73,40%		1,5000	93,32%		2,9500	99,84%
0,6500	74,22%		1,5500	93,94%		3,0000	99,87%
0,6667	74,75%		1,6000	94,52%		3,1000	99,90%
0,7000	75,80%		1,6450	95,00%		3,1500	99,92%
0,7500	77,34%		1,6667	95,22%		3,2000	99,93%
0,8000	78,81%		1,7000	95,54%		3,8333	99,99%
0,8333	79,77%		1,7917	96,34%			
0,8400	79,95%		1,8000	96,41%			
0,8500	80,23%		1,8500	96,78%			
0,8666	80,69%		1,9000	97,13%			
0,9000	81,59%		1,9500	97,44%			
0,9500	82,89%		1,9600	97,50%			
0,9600	83,15%		1,9800	97,61%			
0,9700	83,40%		1,9900	97,67%			
0,9750	83,52%		2,0000	97,72%			