

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01

Teste 2 – 10/05/2007

Nome: \_\_\_\_\_

**ATENÇÃO – MOSTRE OS RESULTADOS NUMÉRICOS COM 4 CASAS DECIMAIS OU EM PORCENTAGEM COM 2 CASAS DECIMAIS.**

**PROBLEMA 1 (20 pontos)**

Você quer montar um portfólio com dois ativos. Calcule o retorno médio e o risco (desvio padrão do retorno do portfólio) EM FUNÇÃO DE  $\alpha$  (a proporção do ativo A no portfólio) sob as seguintes condições:

Ativo A: retorno médio = 3%, d.p. retorno = 8%

Ativo B: retorno médio = 2%, d.p. retorno = 6%

- Suponha que a correlação entre os dois ativos é nula. Calcule o retorno médio e o risco (desvio padrão) do portfólio.
- A correlação entre os dois ativos é -0.3. Calcule o retorno médio e o risco (desvio padrão) do portfólio.
- Na situação do item b) encontre  $\alpha$  de forma a obter o portfólio de menor variância possível.
- Qual o risco (medido pelo desvio padrão) do portfólio do item c)?

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01**

**Teste 2 – 10/05/2007**

**Nome:** \_\_\_\_\_

**PROBLEMA 2 (20 pontos)**

Sejam  $X_1, X_2, \dots, X_n$  independentes com densidades Qui-quadrado com  $k_1, k_2, \dots, k_n$  graus de liberdade respectivamente. Seja:

$T = \sum_{i=1}^n X_i$ . Mostre que T também tem densidade Qui-quadrado e indique quais os seus graus de

liberdade.

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01**

**Teste 2 – 10/05/2007**

**Nome:** \_\_\_\_\_

**PROBLEMA 3 (10 pontos)**

Sejam  $Y_1$  e  $Y_2$  variáveis Normais independentes com médias 1 e -1 e variâncias 4 e 1 respectivamente.

Sejam  $X_1$  e  $X_2$  definidos como :  $X_1 = \exp(Y_1)$  e  $X_2 = \exp(Y_2)$  .

Defina uma nova variável  $W$  como:

$$W = (-X_1^2 \cdot X_2^3)$$

Calcule  $E(W)$

**Dica:**

Se  $X$  tem densidade  $N(\mu, \sigma^2)$  então sua função geradora de momentos é:

$$M(t) = \exp\left[\mu \cdot t + \frac{\sigma^2 \cdot t^2}{2}\right]$$

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01**

**Teste 2 – 10/05/2007**

**Nome:** \_\_\_\_\_

**PROBLEMA 4 (30 pontos)**

O preço por litro da gasolina comum no Rio de Janeiro é uma variável aleatória Normal com média R\$ 2.60 e desvio padrão R\$ 0.15.

- a) Qual a probabilidade da gasolina comum custar menos de R\$ 2.50?
- b) Quanto um posto deve cobrar pela gasolina para estar entre os 10% mais caros?
- c) Quanto um posto deve cobrar pelo litro da gasolina para estar entre os 20% mais baratos?

Toma-se uma amostra de 9 postos de gasolina.

- d) Qual a probabilidade do preço médio da gasolina na amostra ser menor que R\$ 2.65?
- e) Qual a probabilidade do posto mais caro cobrar mais de R\$ 2.66 por litro?
- f) Qual a probabilidade do posto mais barato cobrar menos de R\$ 2.56 por litro?

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01**

**Teste 2 – 10/05/2007**

**Nome:** \_\_\_\_\_

**PROBLEMA 5 (20 pontos)**

Numa certa área de classe média/média-alta da cidade, o consumo médio residencial de eletricidade é uma variável Normal com média 300 kWh e desvio padrão 100 kWh. A empresa de energia elétrica decidiu auditar um prédio com 16 apartamentos numa área da cidade com as mesmas características e encontrou, no prédio, um consumo médio de 230 kWh. Você acha que existe fraude no prédio? Por que? Justifique a sua resposta com argumentos probabilísticos.

Tabela – Função de Distribuição N(0,1)

z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$
0,0000	50,00%		0,9800	83,65%		2,0100	97,78%
0,0100	50,40%		0,9882	83,85%		2,0125	97,79%
0,0200	50,80%		0,9900	83,89%		2,0200	97,83%
0,0300	51,20%		1,0000	84,13%		2,0300	97,88%
0,0400	51,60%		1,0100	84,38%		2,0400	97,93%
0,0500	51,99%		1,0167	84,54%		2,0412	97,94%
0,1000	53,98%		1,0250	84,73%		2,0500	97,98%
0,1042	54,15%		1,0300	84,85%		2,1000	98,21%
0,1500	55,96%		1,0500	85,31%		2,1875	98,56%
0,2000	57,93%		1,0553	85,44%		2,2000	98,61%
0,2236	58,85%		1,1000	86,43%		2,2361	98,73%
0,2500	59,87%		1,1475	87,44%		2,3000	98,93%
0,3000	61,79%		1,1500	87,49%		2,3263	99,00%
0,3015	61,85%		1,1553	87,60%		2,3333	99,02%
0,3333	63,06%		1,1667	87,83%		2,4000	99,18%
0,3475	63,59%		1,2000	88,49%		2,5000	99,38%
0,3492	63,65%		1,2200	88,88%		2,5500	99,46%
0,3500	63,68%		1,2500	89,44%		2,5628	99,48%
0,4000	65,54%		1,2700	89,79%		2,6000	99,53%
0,4167	66,16%		1,2816	90,00%		2,6500	99,60%
0,4307	66,67%		1,3000	90,32%		2,6667	99,62%
0,4500	67,36%		1,3333	90,88%		2,6833	99,64%
0,5000	69,15%		1,3750	91,54%		2,7000	99,65%
0,5500	70,88%		1,4000	91,92%		2,7500	99,70%
0,5774	71,81%		1,4468	92,60%		2,8000	99,74%
0,6000	72,57%		1,4500	92,65%		2,9000	99,81%
0,6250	73,40%		1,5000	93,32%		2,9500	99,84%
0,6500	74,22%		1,5500	93,94%		3,0000	99,87%
0,6667	74,75%		1,6000	94,52%		3,1000	99,90%
0,7000	75,80%		1,6450	95,00%		3,1500	99,92%
0,7500	77,34%		1,6667	95,22%		3,2000	99,93%
0,8000	78,81%		1,7000	95,54%		3,8333	99,99%
0,8333	79,77%		1,7917	96,34%			
0,8400	79,95%		1,8000	96,41%			
0,8416	80,00%		1,8250	96,60%			
0,8500	80,23%		1,8500	96,78%			
0,8666	80,69%		1,9000	97,13%			
0,9000	81,59%		1,9500	97,44%			
0,9500	82,89%		1,9600	97,50%			
0,9600	83,15%		1,9800	97,61%			
0,9700	83,40%		1,9900	97,67%			
0,9750	83,52%		2,0000	97,72%			