

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01
Teste 3 – 21/06/2007
Nome:

Escreva as respostas como frações ou 4 casas decimais.

PROBLEMA 1 (20 pontos)

Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de idades de alunos de graduação ao terminarem seu curso de Engenharia. Sabe-se que as idades são variáveis iid Uniforme $(21, \theta)$ onde θ é desconhecido.

- Encontre o MLE (estimador de máxima verossimilhança) de θ .
- Encontre um estimador por método de momentos de θ .
- O MLE de θ é não tendencioso?
- Toma-se uma amostra de 10 alunos formandos e observa-se que as idades (ordenadas) são:

21.2	22.3	22.5	22.9	23.1
23.4	23.6	23.8	24.2	24.5

Encontre o estimador de máxima verossimilhança de θ e compare-o com o estimador por método de momentos.

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01
Teste 3 – 21/06/2007
Nome:

PROBLEMA 2 (15 pontos)

Seja X uma variável aleatória Qui-quadrado com 32 graus de liberdade. Use o teorema central do limite para aproximar:

- a) $\Pr(X > 35.2)$
- b) $\Pr(X < 22.4)$

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01
Teste 3 – 21/06/2007
Nome:

Problema 3 (25 pontos)

Sejam X_1, X_2, \dots, X_n iid $N(\mu, \theta)$ onde θ , a **variância**, é **CONHECIDA!**

- a) Encontre o MLE de μ .
- b) Mostre que o MLE é não tendencioso.
- c) Calcule a informação de Fisher.
- d) Mostre que o MLE é consistente.

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01
Teste 3 – 21/06/2007
Nome:

Problema 4 (15 pontos)

Um computador gera 9 números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo $(0,1)$.

- a) Calcule a probabilidade de que o menor destes números será menor que 0.12.
- b) Calcule o valor esperado do *menor* destes números.
- c) Calcule a probabilidade de que o segundo menor destes números seja menor que 0.2.

Dica: você pode citar resultados dos slides, ao invés de demonstrar explicitamente todos os passos necessários aqui.

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01
Teste 3 – 21/06/2007
Nome:

Problema 5 (25 pontos)

Os preços de apartamentos de dois quartos em duas cidades X e Y são variáveis Normais correlacionadas. Na cidade X, o preço médio é R\$ 140 mil, e o desvio padrão dos preços é R\$ 15 mil. Na cidade Y, o preço médio é R\$ 180 mil, e o desvio padrão dos preços é R\$ 25 mil. A correlação entre os preços é $\rho = +0.8$. Calcule as seguintes probabilidades:

- a) De alguém pagar entre R\$ 121250 e R\$ 158750 por um apartamento na cidade X.
- b) De alguém pagar entre R\$ 121250 e R\$ 158750 por um apartamento na cidade X sabendo que um apartamento “equivalente” na cidade Y custa R\$ 200 mil.
- c) De alguém pagar entre R\$ 121250 e R\$ 158750 por um apartamento na cidade X sabendo que um apartamento “equivalente” na cidade Y custa R\$ 217500.
- d) Qual é a distribuição condicional dos preços de apartamento na cidade Y sabendo que o preço de um apartamento equivalente na cidade X é R\$ 160 mil?
- e) Qual é a distribuição condicional dos preços de apartamento na cidade Y sabendo que o preço de um apartamento equivalente na cidade X é R\$ 120 mil?
- f) Quanto deve pagar uma pessoa na cidade X para que o seu apartamento esteja entre os 10% mais caros?

Tabela – Função de Distribuição N(0,1)

z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$
0,0000	50,00%		0,9800	83,65%		2,0000	97,72%
0,0200	50,80%		0,9900	83,89%		2,0100	97,78%
0,0300	51,20%		1,0000	84,13%		2,0125	97,79%
0,0400	51,60%		1,0100	84,38%		2,0200	97,83%
0,0500	51,99%		1,0167	84,54%		2,0300	97,88%
0,1000	53,98%		1,0250	84,73%		2,0400	97,93%
0,1500	55,96%		1,0500	85,31%		2,0412	97,94%
0,2000	57,93%		1,0553	85,44%		2,0500	97,98%
0,2236	58,85%		1,1000	86,43%		2,1000	98,21%
0,2500	59,87%		1,1180	86,82%		2,2000	98,61%
0,3000	61,79%		1,1475	87,44%		2,2361	98,73%
0,3015	61,85%		1,1500	87,49%		2,3000	98,93%
0,3333	63,06%		1,1553	87,60%		2,3263	99,00%
0,3475	63,59%		1,1667	87,83%		2,3333	99,02%
0,3492	63,65%		1,2000	88,49%		2,4000	99,18%
0,3500	63,68%		1,2060	88,61%		2,5000	99,38%
0,4000	65,54%		1,2200	88,88%		2,5500	99,46%
0,4167	66,16%		1,2500	89,44%		2,5628	99,48%
0,4307	66,67%		1,2700	89,79%		2,6000	99,53%
0,4500	67,36%		1,2816	90,00%		2,6500	99,60%
0,5000	69,15%		1,3000	90,32%		2,6667	99,62%
0,5500	70,88%		1,3333	90,88%		2,6833	99,64%
0,5774	71,81%		1,3750	91,54%		2,7000	99,65%
0,6000	72,57%		1,4000	91,92%		2,7500	99,70%
0,6250	73,40%		1,4468	92,60%		2,8000	99,74%
0,6500	74,22%		1,4500	92,65%		2,9000	99,81%
0,6667	74,75%		1,5000	93,32%		2,9500	99,84%
0,6708	74,88%		1,5500	93,94%		3,0000	99,87%
0,7000	75,80%		1,5811	94,31%		3,1000	99,90%
0,7500	77,34%		1,6000	94,52%		3,1500	99,92%
0,8000	78,81%		1,6450	95,00%		3,1667	99,92%
0,8333	79,77%		1,6667	95,22%		3,2000	99,93%
0,8500	80,23%		1,7000	95,54%		3,8333	99,99%
0,8666	80,69%		1,8000	96,41%		4,0833	100,00%
0,8944	81,45%		1,8333	96,66%			
0,9000	81,59%		1,8500	96,78%			
0,9167	82,03%		1,9000	97,13%			
0,9500	82,89%		1,9500	97,44%			
0,9600	83,15%		1,9600	97,50%			
0,9700	83,40%		1,9800	97,61%			
0,9722	83,45%		1,9900	97,67%			
0,9750	83,52%		1,9950	97,70%			