

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01

Teste 4 – 03/07/2007

Nome:

**Escreva as respostas como frações ou 4 casas decimais.**

**PROBLEMA 1 (20 pontos)**

Seja  $X$  uma variável aleatória com função de probabilidade Poisson( $\lambda$ ), isto é:  $\Pr(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$  onde  $x = 0, 1, 2, \dots$

Encontre a função geradora de momentos de  $X$  e, a partir dela, mostre que  $E(X) = \lambda$ .

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01****Teste 4 – 03/07/2007****Nome:****Problema 2 (30 pontos)**

Considere os preços do litro das gasolinas aditivada e premium nos postos. Uma amostra de postos revela que os preços por litro da gasolina **aditivada** têm distribuição Normal com média **R\$ 2,60** e desvio padrão **R\$ 0,15**. Os preços por litro da gasolina **premium** têm distribuição Normal com média **2,75** e desvio padrão **R\$ 0,20**. A correlação entre os preços das duas gasolinas é 80%. Calcule as seguintes probabilidades:

- De alguém pagar entre R\$ 2,45 e R\$ 2,75 por um litro de gasolina aditivada.
- De alguém pagar entre R\$ 2,45 e R\$ 2,75 por um litro de gasolina aditivada sabendo que neste posto o litro da gasolina premium custa R\$ 2,95.
- De alguém pagar entre R\$ 2,45 e R\$ 2,75 por um litro de gasolina aditivada sabendo que neste posto o litro da gasolina premium custa R\$ 2,55.
- Qual é a distribuição condicional dos preços da gasolina premium sabendo que o preço praticado da gasolina aditivada é R\$ 2,70 por litro?
- Quanto um posto deve cobrar por litro para que a sua gasolina aditivada esteja entre as 10% mais baratas?
- Quanto deve cobrar um posto por litro para que sua gasolina premium esteja entre as 5% mais caras?

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01**

**Teste 4 – 03/07/2007**

**Nome:**

**PROBLEMA 3 (20 pontos)**

Considere uma amostra aleatória de tamanho  $n$  da distribuição Bernoulli( $p$ ).

- a) Encontre o estimador de máxima verossimilhança de  $p$ .
- b) Encontre a informação de Fisher.
- c) O MLE é consistente? É não tendencioso?

**IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2007.01**

**Teste 4 – 03/07/2007**

**Nome:**

**Problema 4 (30 pontos)**

Seja  $X_1, X_2, \dots, X_n$  uma amostra aleatória da densidade  $N(0, \theta)$ .

a) Mostre que o estimador de máxima verossimilhança de  $\theta$  é  $T = \frac{1}{n} \sum X_i^2$

b) Mostre que  $T$  é não tendencioso para  $\theta$  e tem variância  $2\theta^2/n$ . Dica: Calcule  $E(X_i^4)$ .

Tabela – Função de Distribuição N(0,1)

z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$		z	$\Phi(z)$
0,0000	50,00%		0,9800	83,65%		2,0125	97,79%
0,0200	50,80%		0,9900	83,89%		2,0200	97,83%
0,0300	51,20%		1,0000	84,13%		2,0300	97,88%
0,0400	51,60%		1,0100	84,38%		2,0400	97,93%
0,0500	51,99%		1,0167	84,54%		2,0412	97,94%
0,1000	53,98%		1,0250	84,73%		2,0500	97,98%
0,1500	55,96%		1,0500	85,31%		2,1000	98,21%
0,2000	57,93%		1,0553	85,44%		2,2000	98,61%
0,2236	58,85%		1,1000	86,43%		2,2361	98,73%
0,2500	59,87%		1,1180	86,82%		2,3000	98,93%
0,3000	61,79%		1,1475	87,44%		2,3263	99,00%
0,3015	61,85%		1,1500	87,49%		2,3333	99,02%
0,3333	63,06%		1,1553	87,60%		2,4000	99,18%
0,3475	63,59%		1,2000	88,49%		2,5000	99,38%
0,3492	63,65%		1,2060	88,61%		2,5500	99,46%
0,3500	63,68%		1,2200	88,88%		2,5628	99,48%
0,4000	65,54%		1,2500	89,44%		2,6000	99,53%
0,4167	66,16%		1,2700	89,79%		2,6500	99,60%
0,4307	66,67%		1,2816	90,00%		2,6667	99,62%
0,4500	67,36%		1,3000	90,32%		2,6833	99,64%
0,5000	69,15%		1,3333	90,88%		2,7000	99,65%
0,5500	70,88%		1,3750	91,54%		2,7500	99,70%
0,5774	71,81%		1,4000	91,92%		2,8000	99,74%
0,6000	72,57%		1,4468	92,60%		2,9000	99,81%
0,6250	73,40%		1,4500	92,65%		2,9500	99,84%
0,6500	74,22%		1,5000	93,32%		3,0000	99,87%
0,6667	74,75%		1,5500	93,94%		3,1000	99,90%
0,6708	74,88%		1,5811	94,31%		3,1500	99,92%
0,7000	75,80%		1,6000	94,52%		3,2000	99,93%
0,7500	77,34%		1,6450	95,00%			
0,8000	78,81%		1,6667	95,22%			
0,8333	79,77%		1,7000	95,54%			
0,8500	80,23%		1,8000	96,41%			
0,8666	80,69%		1,8500	96,78%			
0,8944	81,45%		1,9000	97,13%			
0,9000	81,59%		1,9500	97,44%			
0,9167	82,03%		1,9600	97,50%			
0,9500	82,89%		1,9800	97,61%			
0,9600	83,15%		1,9900	97,67%			
0,9700	83,40%		2,0000	97,72%			
0,9750	83,52%		2,0100	97,78%			