MQI 2003 – Estatística para Metrologia – semestre 2008.01

Profa. Mônica Barros

LISTA DE EXERCÍCIOS # 1

PROBLEMA 1

Uma empresa de TV a cabo toma uma amostra de 1000 clientes, com o objetivo de verificar a relação entre a renda familiar e o "pacote" escolhido. Atualmente a empresa possui 4 "pacotes" de serviços: básico, completo, premium e super-premium.

Pacote escolhido → Renda Familiar ↓	Básico	Completo	Premium	Super Premium
até 10 S.M.	180	60	30	20
10 a 20 S.M.	80	40	40	40
20 a 30 S.M.	60	30	60	70
mais de 30 S.M.	40	20	70	160

Uma pessoa é escolhida ao acaso. Calcule as seguintes probabilidades:

a) De que a pessoa tenha renda em cada uma das 4 categorias.

b) Qual a probabilidade de uma pessoa assinar o pacote básico? E o completo? E o premium? E o super-premium?

c) Dado que a pessoa tem renda entre 10 e 20 S.M., qual a probabilidade de que ela assine o pacote premium?

d) Dado que uma pessoa assina o pacote super-premium, qual a probabilidade da sua renda familiar estar acima de 30 S.M.?

Existe independência entre faixa de renda e o tipo de "pacote" adquirido? Por que (explique claramente ou dê um exemplo)?

PROBLEMA 2

A probabilidade de uma pessoa entrar numa loja e comprar um certo produto é uma variável aleatória **contínua** X com densidade $f(x) = k.x^2.(1-x)$, onde $0 < x < 1$.

a) Encontre a constante k que faz desta expressão uma densidade.

b) Calcule a função de distribuição de X.

PROBLEMA 3

Uma caixa contém 6 bolas brancas e 12 bolas azuis.

Uma bola é selecionada aleatoriamente e então é jogada fora e substituída por **uma** bola da cor oposta.

a) Qual a probabilidade de que a segunda bola selecionada seja branca?

b) Qual a probabilidade de que a segunda bola selecionada seja azul?

Uma bola é selecionada aleatoriamente e então é jogada fora e substituída por **duas** bolas da cor oposta.

c) Qual a probabilidade de que a segunda bola selecionada seja branca?

d) Qual a probabilidade de que a segunda bola selecionada seja azul?

PROBLEMA 4

Uma empresa de telefonia celular quer saber como funciona a relação entre o uso do telefone e a renda de seus clientes. Uma pesquisa anterior revelou que:

10 % dos clientes pertencem à classe A.

25% dos clientes pertencem à classe B.

35% dos clientes pertencem à classe C.

30% dos clientes pertencem à classe D.

Dentre os clientes da classe A, 30% usam telefone pré-pago.

Dentre os clientes da classe B, 40% usam telefone pré-pago.

Dentre os clientes da classe C, 70% usam telefone pré-pago.

Dentre os clientes da classe D, 95% usam telefone pré-pago.

Um cliente é escolhido aleatoriamente e tem o serviço pré-pago. Qual a probabilidade dele pertencer a cada uma das classes? (ESCREVA CLARAMENTE OS EVENTOS DE INTERESSE NESTE PROBLEMA)

PROBLEMA 5

O retorno mensal de certo investimento de risco pode ser modelado pela variável aleatória R com função de probabilidade dada a seguir:

r	-5 %	0 %	5 %	10 %	15 %
Pr(R = r)	0.35	0.15	0.20	0.20	0.10

Considere agora a variável aleatória X, onde X = 0 se houve retorno negativo ou zero, e X =1 ("sucesso") se houve retorno positivo. Suponha que você aplica o seu dinheiro por 12 meses consecutivos, e que as aplicações em meses subseqüentes são independentes e com a mesma probabilidade de "sucesso". Qual a probabilidade de obter retorno positivo em 9 ou mais meses?

PROBLEMA 6

A probabilidade de uma pessoa ser fumante na população é 8%. Você é fumante e quer acender seu cigarro mas perdeu seu isqueiro. Suponha que os eventos {ter isqueiro} e {ser fumante} são equivalentes. Você sai perguntando a cada pessoa numa enorme fila se elas têm isqueiro.

Qual a probabilidade de precisar perguntar a pelo menos cinco pessoas antes de encontrar um fumante?

Problema 7

Um terrorista quer envenenar as pessoas numa festa. Nela, são servidas 60 refeições individuais, das quais 6 estão envenenadas. Qual a probabilidade de, numa mesa de 8 convidados, pelo menos uma pessoa ser envenenada?

PROBLEMA 8

O salário (em milhares de reais) dos funcionários numa empresa pode ser modelado por uma variável contínua X com a seguinte densidade:

$$f(x) = \frac{c}{x^2} \quad \text{se} \quad 2 \le X \le 8$$

a) Ache a constante c que faz de f(x) uma densidade.
b) Encontre a função de distribuição de X para qualquer número real x.
c) Ache o ponto m entre 2 e 8 tal que $\Pr(X \le m) = 0.50$. Este ponto é a mediana de X, ou seja, o salário mediano dos funcionários desta empresa.

PROBLEMA 9

Você está procurando emprego e está enviando seu CV. Apenas 10% dos CVs enviados resultam numa entrevista. Calcule as seguintes probabilidades:

a) De que a primeira entrevista ocorrerá no envio do 10º. CV.
b) Você manda exatamente 15 CVs, qual a probabilidade de ser chamado para 2 entrevistas?
c) Você manda exatamente 30 CVs. Qual a probabilidade de ser chamado para menos de 2 entrevistas?

PROBLEMA 10

A Embratur realiza diversas pesquisas sobre a demanda turística no Brasil. Em 2002 observou-se que:

- 36.4% dos turistas estrangeiros residem na Europa;
- 38.6% residem na América do Sul;
- 19.9% residem na América do Norte;
- 2.1% residem na Ásia;
- 3% residem em outras regiões.

Dentre os residentes na Europa, 40% viajam ao Brasil a negócios;

Dentre os residentes na América do Sul, 35% viajam a negócios;

Dentre os residentes na América do Norte, 45% viajam a negócios;

Dentre os residentes na Ásia, 70% viajam a negócios;

Dentre os residentes de outras partes do planeta, 60% viajam a negócios.

Entrevista-se um turista estrangeiro aleatoriamente e ele está no Brasil a negócios. Qual a probabilidade dele ser proveniente de cada uma das regiões indicadas?

PROBLEMA 11

O tempo entre as chegadas de táxi num cruzamento é uma variável Exponencial com λ = 1/10 chegadas por minutos. Calcule:

a) A probabilidade de alguém ter que esperar mais de 60 minutos por um táxi.

b) A probabilidade de um táxi demorar menos de 10 minutos para passar.

PROBLEMA 12

A distância entre buracos numa estrada é uma variável Exponencial com λ = 1/5 buracos por km. Qual a probabilidade de não existirem buracos num trecho de 10 km da estrada?

PROBLEMA 13

Uma pessoa está viajando e pretende alugar um carro.

A distância (em km) que ela irá percorrer diariamente é uma variável aleatória com densidade:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-50}{2500} & \text{se } \ 50 \le x < 100 \\ \dfrac{150 - x}{2500} & \text{se } \ 100 < x \le 150 \end{cases}$$

Existem duas opções de diárias de aluguel:

1) Opção 1: R$ 70 + R$0.35 por km rodado;
2) Opção 2: R$ 90 se rodar até 120 km e R$ 130 se rodar mais de 120 km num dia.

Qual das opções é mais vantajosa, em termos de apresentar o menor custo esperado de aluguel?

Problema 14

Seja X uma variável aleatória contínua com densidade Uniforme no intervalo (- θ , θ).
Em cada caso abaixo calcule θ de forma a satisfazer a condição dada.

a) Pr(X > 1/2) = 1/4
b) Pr(X < 1/4) = 3/4
c) Pr(X > 1/2) = 2. Pr(X < -1)
d) Pr(X < 1/2) = 2. Pr(X > 1/4)

Problema 15

A ocorrência de enchentes de verão no Rio de Janeiro é uma variável aleatória. Toma-se um período de 30 verões, e estamos interessados na variável X que representa o número total de verões em que ocorreram enchentes nestes 30 verões. Suponha que a ocorrência de uma enchente num certo verão não afeta a probabilidade de ocorrência de enchentes em outros verões, e que a probabilidade de enchente **em um verão** qualquer é 3%. Qual a função de probabilidade de X?

a) Calcule a probabilidade de ocorrerem menos de 5 enchentes nestes 30 verões.

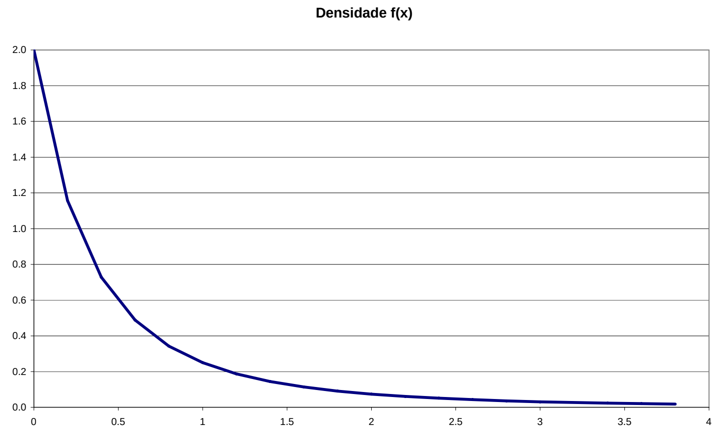
b) Aproxime a probabilidade do item a) usando uma distribuição de Poisson apropriada. Qual o erro percentual absoluto desta aproximação? Defina o erro percentual absoluto como:

$$Erro = 100.\left|\frac{prob.real - prob.aproximada}{prob.real}\right|$$

NOTA: Sugiro usar o Excel

Problema 16

A duração média em **DIAS** (antes de uma recarga) de baterias de celular é modelada pela seguinte densidade de probabilidade:



$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{(1+x)^3} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Considere X = 1 dia = 24 horas na discussão a seguir

Calcule:

a) A probabilidade de que uma bateria precisar ser recarregada antes de 10 horas.
b) A probabilidade de uma bateria durar mais de 24 horas.
c) A probabilidade da bateria durar entre 12 e 24 horas.

Problema 17

O número de minutos que você usa no celular a cada mês é uma variável aleatória com densidade f(x) dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{3600} & \text{se } 0 \leq x \leq 60 \\ \dfrac{120 - x}{3600} & \text{se } 60 < x \leq 120 \end{cases}$$

A operadora de celular oferece dois planos:

Plano A: tarifa de R$35 (que não inclui nada) e R$ 0.75 por minuto de ligação.

Plano B: tarifa de R$55 (que inclui 45 minutos em ligações) e R$ 0.90 por minuto adicional.

Qual o custo médio em cada um dos planos? Em média, qual plano será mais vantajoso para você?

Problema 18

O salário dos funcionários numa empresa pode ser modelado por uma variável contínua X com a seguinte densidade:

$f(x) = c.x^2$ se $1000 \le X \le 8000$

a) Ache a constante c que faz de f(x) uma densidade.

b) Qual o salário médio?

c) Ache o ponto m entre 1000 e 8000 tal que $Pr(X \le m) = 0.50$. Este ponto é a mediana de X, ou seja, o salário mediano dos funcionários desta empresa?

Problema 19

Você comprou um sofisticadíssimo videogame e os sites e blogs especializados dizem que a sua chance de conseguir chegar ao final do jogo sem gastar todas as suas "vidas" é de apenas 5/100.

Você é um "cara" muito persistente, e decide jogar até alcançar o primeiro sucesso, ou seja, terminar o jogo sem "morrer" (considere isso como ganhar o jogo).

Suponha também que você não aprende NADA a cada jogada, e então a probabilidade de chegar ao final do jogo sempre está fixa (e igual a 5/100), e que todas as jogadas são independentes.

Calcule as seguintes probabilidades:

a) De você ter que jogar menos de 4 partidas até ganhar o jogo.
b) De você ter que jogar mais de 5 partidas até ganhar o jogo.
c) Suponha agora que você decide jogar EXATAMENTE 20 partidas. Qual a probabilidade de ganhar menos de 2 vezes?

Problema 20

Toda manhã você tem que passar por um certo sinal de trânsito bastante demorado. Suponha que a probabilidade do sinal estar aberto é 0.30 e que cada manhã representa uma repetição independente.

a) Numa seqüência de 5 manhãs, qual a probabilidade de você encontrar o sinal aberto em exatamente uma manhã?

b) Numa seqüência de 15 manhãs, qual a probabilidade de você encontrar o sinal aberto em mais de 4 manhãs?

c) Qual a probabilidade de você demorar até a 4ª manhã consecutiva para encontrar o sinal aberto pela 1ª vez?

d) Qual a probabilidade de que o sinal esteja fechado por 10 manhãs consecutivas?

e) Em média, quantas manhãs você vai passar pelo sinal até encontrá-lo aberto pela primeira vez?