

IND 1115 – Inferência Estatística – Semestre 2008.02

Teste 1 – 18/09/2008

Nome: _____

FOLHA DE RESPOSTAS – PREENCHA A CANETA E NÃO RASURE!!!

Em cada um dos problemas, marque a resposta que você acha certa e depois transcreva para a folha de respostas. O formulário está no final da prova.

PROBLEMA 1 (20 pontos)

	A	B	C	D
Item A				
Item B				
Item C				

PROBLEMA 2 (20 pontos)

	A	B	C	D
Item A				
Item B				
Item C				

PROBLEMA 3 (20 pontos)

	A	B	C	D
Item A				
Item B				

PROBLEMA 4 (20 pontos)

	A	B	C	D
Item A				
Item B				

PROBLEMA 5 (20 pontos)

	A	B	C	D
Item A				
Item B				
Item C				

Problema 1

Numa pesquisa eleitoral recente (IBOPE, 15/09/2008), se o segundo turno das eleições municipais no Rio fosse entre Crivella e Eduardo Paes, 30% dos eleitores declararam que votariam em Crivella, 43% em Paes, 20% votariam nulo ou em branco e 7% ainda não sabem.

Você decide fazer uma enquete informal entre 10 dos seus amigos.

Calcule as seguintes probabilidades:

a) De que exatamente 3 votem em Crivella, 4 em Paes, 2 nulo ou branco.

A	B	C	D
0.0227	0.4652	0.0326	NDA

b) De que exatamente 3 votem em Crivella e 4 em Paes.

A	B	C	D
0.0532	0.2826	0.0763	NDA

c) De que existam menos de 5 eleitores de Eduardo Paes na sua amostra informal.

A	B	C	D
0.5564	0.2224	0.7793	NDA

Problema 2

80% dos viajantes a negócios carregam um notebook. Considere uma amostra de 20 viajantes a negócios que estão esperando numa fila de táxi do aeroporto.

a) Qual a probabilidade de exatamente 15 carregarem um notebook.

A	B	C	D
0.1091	0.1916	0.1746	NDA

b) Qual a probabilidade de mais de 4 **NÃO** carregarem notebook.

A	B	C	D
0.4114	0.6181	0.6296	NDA

c) Qual a probabilidade de mais de 15 carregarem um notebook.

A	B	C	D
0.4114	0.6181	0.6296	NDA

PROBLEMA 3

Uma pesquisa de opinião perguntou: qual esporte você prefere assistir? Os favoritos foram futebol e vôlei. Num grupo de 40 pessoas, 24 preferem assistir futebol e 16 vôlei.

a) Toma-se uma amostra de tamanho 10 destas pessoas. Qual a probabilidade de exatamente 5 preferirem assistir futebol.

A	B	C	D
0.621	0.521	0.219	NDA

b) Qual a probabilidade de, numa mesa de bar com 6 pessoas, cinco ou mais preferirem assistir futebol?

A	B	C	D
0.177	0.212	0.621	NDA

PROBLEMA 4

O número médio de pedidos de autorização para um certo exame médico complexo recebido por um plano de saúde é uma variável Poisson com parâmetro $\lambda = 12.5$ pedidos por hora.

a) Calcule a probabilidade de, num período de meia hora qualquer, a empresa receber mais de 5 pedidos de autorização para este exame.

A	B	C	D
0.4045	0.5936	0.4064	NDA

b) Calcule a probabilidade da empresa receber, em 15 minutos, 4 ou menos pedidos de autorização.

A	B	C	D
0.7938	0.2062	0.6193	NDA

PROBLEMA 5

Você passou no vestibular para uma universidade federal e agora tem que enfrentar o "trote" dos calouros. Sua tarefa é ficar pedindo dinheiro no sinal para a "choppada" dos calouros.

Suponha que a probabilidade de um motorista qualquer dar dinheiro para a "choppada" é 8%.

- a) Qual a probabilidade de você ter que abordar exatamente 20 carros até que um te dê dinheiro para a "choppada"?

A	B	C	D
0.0164	0.0151	0.0178	NDA

- b) Qual a probabilidade de você ter que abordar 30 carros até que dois te dêem dinheiro?

A	B	C	D
0.165	0.180	0.0180	NDA

- c) Em média, quantos carros você terá que abordar até que 4 te dêem dinheiro?

A	B	C	D
40	25	50	NDA

IND 1115 - Inferência Estatística
Profa. Mônica Barros
FORMULÁRIO P1

Nome	Densidade ou Função de Probabilidade	Média	Variância	fgm
Uniforme	$f(x) = \frac{1}{b-a}$ se $a \leq x \leq b$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	Não é útil
Exponencial	$f(x) = \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot x)$ onde $\lambda > 0$ e $x \geq 0$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$	$\left(\frac{\lambda}{\lambda-t}\right)$ se $t < \lambda$
Gama	$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha \cdot x^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \cdot e^{-\beta x}, & \text{onde } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$	$\frac{\alpha}{\beta}$	$\frac{\alpha}{\beta^2}$	$\left(\frac{\beta}{\beta-t}\right)^\alpha$ se $t < \beta$
Qui-Quadrado	$f(x) = \frac{1}{2^{n/2} \cdot \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \cdot x^{\frac{n}{2}-1} \cdot e^{-\frac{x}{2}}$	n	2n	$\left(\frac{1}{1-2t}\right)^{n/2}$ se $t < 1/2$
Binomial	$f(x) = \Pr(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$ para $x = 0, 1, 2, \dots, n$	n.p	n.p.q	$(pe^t + q)^n$
Hipergeométrica	$f(x) = \Pr(X = x) = \frac{\binom{r}{x} \binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}}$	$n \cdot \left(\frac{r}{N}\right)$	$n \cdot \left(\frac{r}{N}\right) \left(1 - \frac{r}{N}\right) \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$	Não é útil
Geométrica	$f(n) = \Pr(X = n) = (1-p)^{n-1} p$ onde $n = 1, 2, 3, \dots$	$1/p$	q/p^2	$M(t) = \frac{pe^t}{1-qe^t}$
Poisson	$\Pr(X = x) = f(x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}$ onde $x = 0, 1, 2, \dots$	λ	λ	$E(e^{tx}) = e^{\lambda \cdot (e^t - 1)}$
Binomial Negativa	$f(x) = \Pr(X = x) = \binom{x-1}{r-1} \cdot p^r \cdot q^{x-r}$ onde $x = r, r+1, r+2, \dots$	r/p	$r \cdot q/p^2$	$M(t) = \left(\frac{pe^t}{1-qe^t}\right)^r$
Multinomial	$f(x_1, x_2, \dots, x_k) = \frac{n!}{x_1! x_2! \dots x_k!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k}$	$E(X_i) = n \cdot p_i$	$\text{VAR}(X_i) = n \cdot p_i \cdot (1-p_i)$ $\text{COV}(X_i, X_j) = -n \cdot p_i \cdot p_j$	Os X_i 's não são independentes e seguem a restrição: soma dos X_i 's = n. Analogamente, a soma dos p_i 's é igual a 1

Resultados Matemáticos

Série Geométrica

$$\sum_{k=0}^{\infty} a^k = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots = \frac{1}{1-a} \text{ desde que } |a| < 1$$

Teorema Binomial

$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$ onde a e b são número reais e k, n são inteiros ≥ 0	
Série de Taylor da Exponencial	$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{x^k}{k!} \right) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^k}{k!} + \dots$

Função de Distribuição (F(x))

- 1) $F(x) = \Pr(X \leq x)$
- 2) $0 \leq F(x) \leq 1$
- 3) $F(x)$ é uma função não decrescente
- 4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$ se $x \rightarrow +\infty$
- 5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ se $x \rightarrow -\infty$

Se X é uma v.a. contínua, F(x) é contínua. Se X é discreta, F(x) é descontínua

Relação entre densidade e função de distribuição

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

Definição: k-ésimo momento

$$E(X^k) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} x^k \cdot f(x) dx & \text{se X é v.a. contínua} \\ \sum_{\text{todo x}} x^k \cdot f(x) = \sum_{\text{todo x}} x^k \cdot \Pr(X = x) & \text{se X é v.a. discreta} \end{cases}$$

Definição: Média ou Valor Esperado de X

$$\mu = E(X) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx & \text{se X é v.a. contínua} \\ \sum_{\text{todo x}} x \cdot f(x) = \sum_{\text{todo x}} x \cdot \Pr(X = x) & \text{se X é v.a. discreta} \end{cases}$$

Definição: k-ésimo momento central

$$E((X - \mu)^k) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^k \cdot f(x) dx & \text{se X é v.a. contínua} \\ \sum_{\text{todo x}} (x - \mu)^k \cdot f(x) = \sum_{\text{todo x}} (x - \mu)^k \cdot \Pr(X = x) & \text{se X é v.a. discreta} \end{cases}$$

Definição: Variância

$$\sigma^2 = \text{VAR}(X) = E((X - \mu)^2) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) dx & \text{se X contínua} \\ \sum_{\text{todo x}} (x - \mu)^2 \cdot f(x) = \sum_{\text{todo x}} (x - \mu)^2 \cdot \Pr(X = x) & \text{se X discreta} \end{cases}$$

Em particular, se $k = 1$: $E(X - \mu) = 0$, ou seja, o primeiro momento central é sempre nulo.

Fórmula alternativa para o cálculo da variância

$$\sigma^2 = \text{VAR}(X) = E(X^2) - \mu^2$$

Definição: Valor esperado de uma função de uma variável aleatória

$$E(u(X)) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} u(x) \cdot f(x) dx & \text{se X é v.a. contínua} \\ \sum_{\text{todo x}} u(x) \cdot f(x) = \sum_{\text{todo x}} u(x) \cdot \Pr(X = x) & \text{se X é v.a. discreta} \end{cases}$$

Definição: Desvio padrão

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\text{VAR}(X)}$$

Propriedades – Média e Variância de constantes e funções lineares

Sejam a e b constantes, e X uma variável aleatória qualquer. Então:

- 1-) $E(a.X + b) = a.E(X) + b$
- 2-) $E(a) = a$
- 3-) $VAR(a.X + b) = a^2.VAR(X)$
- 4-) $VAR(a) = 0$

Propriedade – linearidade do valor esperado:

$$E\{a.u(X) + b.v(X)\} = a E \{u(X)\} + b E \{v(X)\}$$

Poisson como aproximação da Binomial

Se X é Binomial(n, p), onde n é grande e p é pequeno ($n > 20$ e $n.p < 5$), pode-se aproximar as probabilidades Binomiais por probabilidades Poisson usando uma Poisson com a mesma média, isto é, usando $\lambda = n.p$.

Função Geradora de Momentos (fgm)

$$M(t) = E(e^{tX}) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) dx & \text{se X é v.a. contínua} \\ \sum_{\text{todo x}} e^{tx} \cdot f(x) = \sum_{\text{todo x}} e^{tx} \cdot \Pr(X = x) & \text{se X é v.a. discreta} \end{cases}$$

Relação entre Momentos e fgm

$$M^{(k)}(0) = \left. \frac{d^k M(t)}{dt^k} \right|_{t=0} = E(X^k)$$