

ENCE – Probabilidade II – semestre 2009.01**Profa. Mônica Barros****1ª Lista de Exercícios do Monitor**

1) Suponha que a tabela seguinte represente a distribuição de probabilidade conjunta do vetor aleatório discreto (X,Y) . Calcule todas as distribuições marginais e condicionais.

X →	1	2	3

	Y ↓		
1	1/12	1/6	0
2	0	1/9	1/5
3	1/18	1/4	2/15

2) Suponha que a variável aleatória bidimensional (X,Y) tenha a densidade conjunta:

$$f(x,y) = k \cdot x \cdot (x - y), \quad 0 < x < 2, \quad -x < y < x$$

$$= 0, \text{ para outros quaisquer valores.}$$

- Calcule a constante k .
- Calcule a fdp marginal de X .
- Calcule a fdp marginal de Y .

3) Suponha que D , a demanda diária de uma peça, seja uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade:

$$P(D = d) = C2^d / d!$$

- a) Calcule a constante C .
- b) Calcule a demanda esperada.

4) Um dado equilibrado é jogado 72 vezes. Seja X o número de vezes em que aparece o número seis, calcule $E(X^2)$.

5) Suponha que X seja uma variável aleatória para a qual $E(X)=10$ e $VAR(X)=25$. Calcule a e b tais que $Y = aX - b$ tenha valor esperado 0 e variância 1.

6) Considere a variável aleatória bidimensional (X,Y) com densidade conjunta dada por:

$$\begin{aligned} f(x,y) &= Ke^{-y}, & 0 < x < y < 1 \\ &= 0, & \text{para quaisquer outros valores.} \end{aligned}$$

Determine o coeficiente de correlação entre X e Y .

7) O exemplo seguinte ilustra que correlação zero não significa independência. Suponha que (X,Y) tenha uma distribuição de probabilidade conjunta dada pela tabela abaixo:

- a) Mostre que $E(XY)=E(X)E(Y)$ e conseqüentemente $\rho = 0$.
- b) Explique por que X e Y não são independentes.

c) Mostre que este exemplo não pode ser generalizado como se segue. A escolha do número $1/8$ não é decisiva. O que é importante é que todos os valores circundados sejam iguais, e todos os valores enquadrados sejam iguais e o valor central seja igual a zero.

X	→	-1	0	1
Y	↓			
	-1	$1/8$	$1/8$	$1/8$
	0	$1/8$	0	$1/8$
	1	$1/8$	$1/8$	$1/8$

8) Se X , Y e Z forem variáveis aleatórias não-correlacionadas, com desvios padrões 5, 12 e 9, respectivamente, e se $U = X + Y$ e $V = Y + Z$, calcule o coeficiente de correlação entre U e V .

9) Suponha que $P(X,Y,Z)$ seja a função de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias X , Y , Z dada por:

$$P(1,1,1) = 1/8$$

$$P(2,1,1) = 1/4$$

$$P(1,1,2) = 1/8$$

$$P(2,1,2) = 3/16$$

$$P(1,2,1) = 1/16$$

$$P(2,2,1) = 0$$

$$P(1,2,2) = 0$$

$$P(2,2,2) = 1/4$$

Qual é o valor de $E\{X|Y=2\}$? Qual é o valor de $E\{X|Y=2, Z=1\}$?

10) Prove que se X e Y são contínuas, então:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} E(X|Y=y) f(y) dy$$