IND 1603 - Gerência Financeira

Capítulo 4 – A Estrutura Temporal das Taxas de Juros

Até agora supusemos que a taxa de juros era constante em todos os períodos futuros. Na prática ela varia com o tempo, especialmente porque se espera que a taxa de inflação varie com o tempo.

Na prática, as taxas de juros variam com o tempo especialmente porque se espera que a taxa de inflação varie com o tempo.

Exemplo 4.1.
Considere 2 obrigações sem cupom. A obrigação A tem prazo de um ano e o título B tem prazo de dois anos. Em ambos os caso, o valor de face é R$1.000.

Seja r_1 a taxa de juros para um ano e suponha que ela é igual a 8%. Seja r_2 a taxa de juros para 2 anos, igual a 10%.

Estas são chamadas taxas à vista ou taxas spot. Estas são as taxas dos bônus de cupom zero a partir da data de hoje.

Quais os valores presentes destas duas obrigações?

O valor presente do título A é apenas:

$$VP_A = \frac{1000}{1.08} = R\$\,925.93$$

O valor presente do título B é:

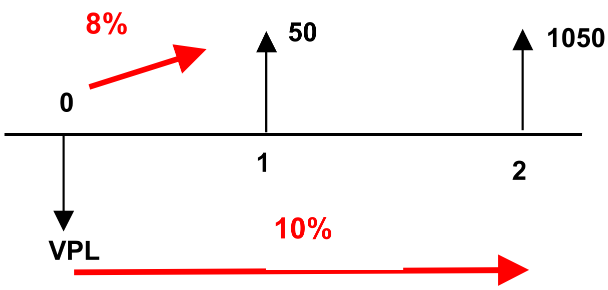
$$VP_B = \frac{1000}{(1.10)^2} = R\$\,826.45$$

Note que, se conhecemos as taxas de juros r_1 e r_2 podemos encontrar os preços dos dois títulos. Alternativamente, se os preços dos títulos são dados, pode-se inferir quais são as taxas à vista para os prazos até o vencimento do título mais longo.

Como estender esta análise para obrigações mais complexas?

Exemplo 4.2
Dadas as taxas à vista do exemplo anterior, o quanto deve custar um bônus com prazo de dois anos, cupom de 5% e valor de face R$1.000?

O fluxo de caixa de um título desses é mostrado a seguir:



O valor presente do título é então:

$$VP = \frac{50}{1.08} + \frac{1050}{(1.10)^2} = R\$\,914.06$$

Como calcular uma única taxa para todo título? Esta taxa é chamada de retorno esperado até o vencimento ou YTM, "yield to maturity".

A partir do preço do título que acabamos de calcular, resolvemos a equação que representa o fluxo de caixa considerando a existência de apenas uma taxa em todos os prazos.

$$914.06 = \frac{50}{1+y} + \frac{1050}{(1+y)^2} \Leftrightarrow y = 9.95\%$$

Geralmente y tem que ser obtido iterativamente. Note que y nada mais é que a TIR (taxa interna de retorno) do título.

O procedimento para encontrar o retorno esperado até o vencimento é:

1) a partir das taxas à vista, encontre o VP do título,
2) A partir do valor do título encontrado no passo anterior considere uma única taxa de juros para descontar todos os fluxos futuros e calcule o retorno esperado até o vencimento.

Note que o retorno esperado até o vencimento é uma espécie de média ponderada das taxas à vista, e o peso da ponderação depende da proporção de dinheiro em cada período futuro. Logo, neste caso notamos que o retorno esperado até o vencimento está bem próximo da taxa à vista para dois anos, pois a maior parte dos pagamentos ocorrerá no instante 2.

Exemplo 4.3
Considere as mesmas taxas à vista que no exemplo 4.1. Encontre o retorno esperado até o vencimento de um título com prazo de dois anos, valor de face R$ 1000 e cupom de 12%.

Solução
O primeiro passo é calcular o preço do título dadas as taxas à vista.

$$VP = \frac{120}{1.08} + \frac{1120}{(1.10)^2} = R\$1036.73$$

Em seguida usamos o preço deste título para encontrar o YTM.

$$1036.73 = \frac{120}{1+y} + \frac{1120}{(1+y)^2} \Leftrightarrow y = 9.89\%$$

Acabamos de ver que:

Dois títulos com o mesmo prazo de vencimento geralmente terão retornos esperados ("yields") diferentes caso seus coupons sejam diferentes!

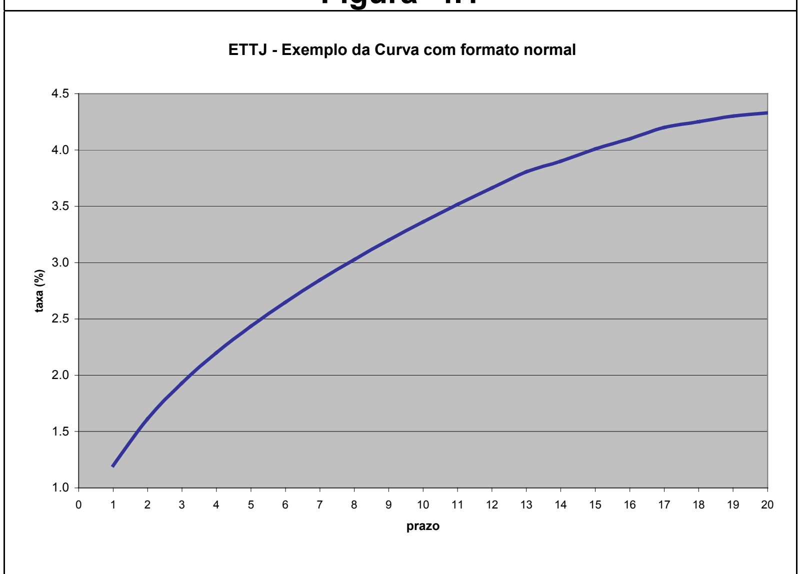
Representação Gráfica da Estrutura Temporal da Taxa de Juros

Geralmente fazemos um gráfico das taxas de juros spot versus os prazos de vencimento.

A função que representa a relação entre o yield to maturity e o prazo até o vencimento é a ETTJ (estrutura a termo das taxas de juros), ou "Yield Curve".

O formato mais comum da ETTJ é indicado na figura 4.1 a seguir.

Figura 4.1

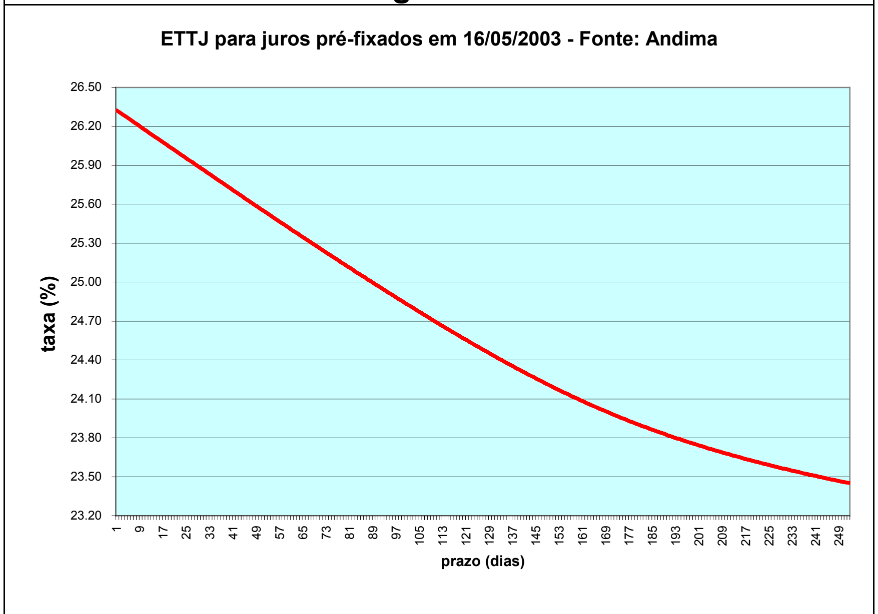


Ou seja, na situação usual, quanto maior o prazo de vencimento, maior a taxa, e portanto $r_3 > r_2 > r_1$, por exemplo.

Mas, nem sempre o formato da curva é o normal. Neste momento no Brasil, a ETTJ está invertida, ou seja, os juros para prazos mais longos estão abaixo daqueles para vencimentos curtos.

A figura 4.2 apresenta a ETTJ para os juros pré-fixados no Brasil em 16/05/2003. A fonte dos dados é a Andima, e a escala horizontal é em dias. Até a crise da Ásia (em 1997) este tipo de ETTJ não era observado no Brasil.

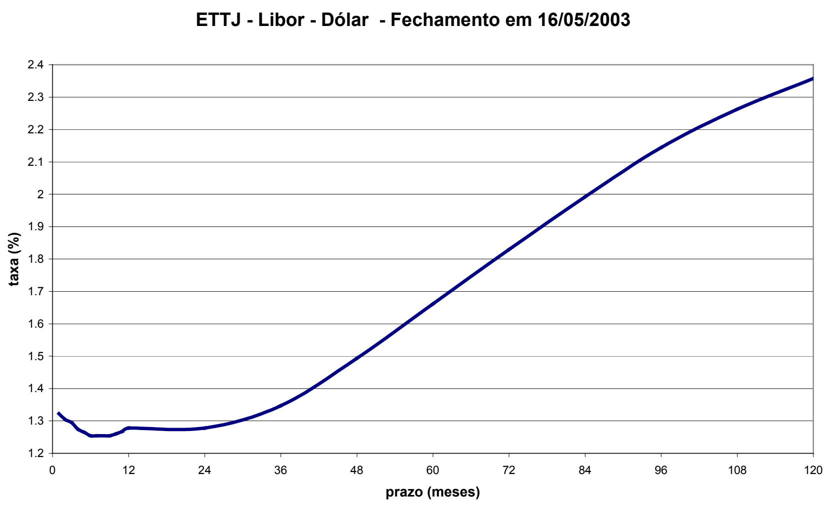
Figura 4.2



O formato da ETTJ apresentado na figura 4.2. reflete a expectativa do mercado de queda nas taxas de juros, o que é coerente com o momento atual no Brasil, em que as taxas de juros se encontram em patamar bastante elevado (a taxa SELIC, considerada a taxa básica da economia, está em 26.5% ao ano, e as expectativas de inflação futura até o final de 2003 oscilam em torno de 12%, se considerarmos o IPCA, índice empregado no atual regime de metas inflacionárias.

O próximo gráfico exibe a ETTJ da Libor em 16/05/2003. Note que a curva “mistura” os dois formatos básicos.

Figura 4.3



Na prática, o grande problema que enfrentamos é que algumas vezes não conseguimos conhecer as taxas à vista, que dependem da existência de um número suficientemente grande de "zero-coupons" governamentais.

No Brasil, a ETTJ é construída a partir das LTNs (títulos pré-fixados), taxas dos contratos futuros de DI e taxas dos swaps DI x pré. O principal problema enfrentado é a inexistência de taxas para todos os dias, o que nos leva a interpolar as taxas e, nos prazos mais longos, extrapolá-las, e não existe uma "regra fixa" para fazer isso – cada instituição tem seu método!

Recentemente tem-se comentado que a "melhor" interpolação é obtida através de splines cúbicos (aproximações polinomiais cúbicas com 1^a e 2^a. derivadas contínuas), mas a interpolação por splines ainda não é a norma no mercado.

Também, a ETTJ se altera quase instantaneamente, e se a ETTJ muda, o preço de um título qualquer também muda!

Taxas a Termo (Taxas Forward)

Sejam r_1 e r_2 as taxas à vista para 1 e 2 anos respectivamente. A taxa a termo (ou taxa forward) entre os anos 1 e 2, denotada por f_2 é:

$$(1+r_2)^2 = (1+r_1)(1+f_2) \Leftrightarrow f_2 = \frac{(1+r_2)^2}{(1+r_1)} - 1$$

O que isso quer dizer?

Imagine que você tem R$ 100 para aplicar hoje. Se você quer aplicar o seu dinheiro por 2 períodos, você tem 2 opções:

Opção 1: aplicar hoje por 2 anos e receber $100(1+r_2)^2$ no vencimento (daqui a 2 anos).
Opção 2: aplicar hoje por 1 ano e daqui a um ano reinvestir o seu dinheiro (devidamente capitalizado) por mais um ano.

A taxa forward pode ser interpretada como uma medida de inclinação da ETTJ, e nos dá a informação sobre quanto custa o dinheiro (computado hoje) para um intervalo de tempo qualquer [t_1, t_2] mais à frente.

Exemplo 4.4.
Se a taxa à vista para 1 ano é 7% e a taxa à vista para 2 anos é 12%, qual o valor da taxa forward entre os anos 1 e 2?

A resposta é imediata:

$$f_2 = \frac{(1+r_2)^2}{(1+r_1)} = \frac{(1.12)^2}{(1.07)} - 1 = 17.23\%$$

Este resultado pode ser estendido para encontrar a taxa a termo entre quaisquer dois períodos subseqüentes n-1 e n. Sejam r_{n-1} e r_n as taxas à vista para os períodos n-1 e n. Então, a taxa forward entre os períodos n-1 e n é:

$$f_n = \frac{(1+r_n)^n}{(1+r_{n-1})^{n-1}} - 1$$

Exemplo 4.5.
Considere o seguinte conjunto de taxas:

Ano	Taxa à vista
1	5%
2	6%
3	7%
4	6%

Calcule as taxas a termo para cada um dos 4 anos.

Solução
A taxa a termo entre os anos 1 e 2 é:

$$f_2 = \frac{(1.06)^2}{1.05} - 1 = 7.01\%$$

Entre os anos 2 e 3:

$$f_3 = \frac{(1.07)^3}{(1.06)^2} - 1 = 9.03\%$$

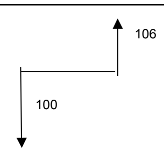
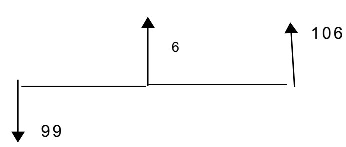
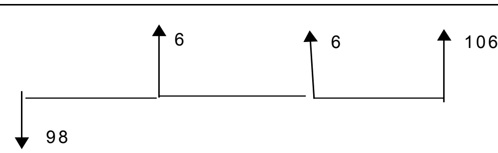
Entre os anos 3 e 4:

$$f_4 = \frac{(1.06)^4}{(1.07)^3} - 1 = 3.06\%$$

A ETTJ indica quanto custa o dinheiro por vários prazos. Em geral, a curva é positivamente inclinada, mas isso nem sempre é verdade, como indica a figura 4.2. Se a curva tem inclinação positiva, R$ 1 para mais tarde custa mais que R$ 1 num prazo mais curto.

Exemplo 4.6.

Considere os três títulos indicados a seguir e calcule, a partir deles, a taxa efetiva (taxa spot) para 1, 2 e 3 meses.

Título	Fluxo de Caixa
1	
2	
3	

Do título 1, encontramos imediatamente a taxa para um mês, r_1 = 6%.

Do título 2:

$$99 = \frac{6}{1.06} + \frac{106}{(1+x)^2} \Leftrightarrow x = 6.57\% \text{ por período, neste caso 2 meses}$$

Esta é a taxa efetiva para 2 meses sem reinvestimento.

Qual o "yield" do título 2? Ou seja, qual a taxa embutida neste título? Deve-se resolver a equação acima supondo uma única taxa para todos os períodos, ou seja:

$$99 = \frac{6}{1+y} + \frac{106}{(1+y)^2} \Leftrightarrow y = 6.549\%$$

Agora, a partir do título 3 podemos obter a taxa efetiva entre hoje (instante 0) e 3 meses. Para isso, devemos empregar a taxa efetiva para 2 meses, já encontrada a partir do título 2.

$$98 = \frac{6}{1.06} + \frac{6}{(1.0657)^2} + \frac{106}{(1+x)^3} \Leftrightarrow x = 6.78\% \text{ por período, neste caso 3 meses}$$

Obviamente, este procedimento pode ser estendido. Se existem títulos com prazos até n meses, podemos ir construindo a ETTJ. O procedimento é: ache a taxa para 1 período, use-a para encontrar a taxa para 2 períodos, em seguida use esta taxa para encontrar a taxa para 3 períodos e assim sucessivamente até o prazo mais longo.

Nota:
Embora a taxa a termo seja conhecida no instante t = 0, a taxa à vista para o prazo de um ano a vigorar no instante t = 1 é desconhecida antes dessa data.

Para que serve a ETTJ?

Existem diversas razões práticas para justificar a construção da ETTJ, entre elas:

- Permitir o cálculo do valor de mercado de uma carteira de títulos (ou seja, permitir a "marcação a mercado") da carteira;
- Avaliar opções, "swaps", contratos futuros;
- Verificar a existência de oportunidades de arbitragem entre os títulos de renda fixa existentes no mercado.

O que explica as diferentes formas da ETTJ?

Existem duas hipóteses que pretendem explicar a forma da estrutura a termo, que são:

- A hipótese das expectativas,
- A hipótese da preferência pela liquidez.

Hipótese das expectativas

A taxa a termo é o estimador não tendencioso da taxa à vista num período futuro. Logo, a taxa de um período longo deve ser igual ao valor esperado das taxas futuras.

Exemplo 4.7.

Suponha que pretendemos aplicar R$ 1000 e as taxas à vista para um ano e dois anos são, respectivamente, 8% e 10%. Se adotarmos a estratégia de aplicar o dinheiro por um ano e reinvestirmos no vencimento do título por mais um ano existe uma incerteza e sobre o valor final a receber em t = 2. Ao contrário, se adotarmos a estratégia de aplicar o dinheiro hoje por dois anos a 10% o valor final é conhecido (e igual a R$1210).

Neste caso, o nosso **horizonte de aplicação é de dois anos**.

A quanto esperamos que este título seja negociado daqui a um ano, ou seja, no instante
t =1?

A resposta é:

$$\frac{1210}{1+\text{taxa à vista esperada para o ano 2}}$$

Suponha agora que o nosso horizonte de aplicação é de apenas um ano. Então existem 2 estratégias possíveis:

Estratégia 1
Comprar um título com prazo de 1 ano (e rentabilidade de 8%) e receber R$ 1080 em t = 1.

Estratégia 2
Comprar um título com prazo de 2 anos, vendendo-o em t =1. O valor esperado do preço do título seria:

$$\frac{1000(1.10)^2}{1+\text{taxa à vista esperada para o ano 2}} = \frac{1210}{1+\text{taxa à vista esperada para o ano 2}}$$

Esta última expressão pode ser escrita como:

$$\frac{1000(1.08)(1.1204)}{1+\text{taxa à vista esperada para o ano 2}}$$

Note que f_2 = 12.04% é a taxa a termo entre os anos 1 e 2.

A pergunta relevante aqui é: **em que condições as estratégias 1 e 2 são indiferentes?** Elas levam ao mesmo retorno esperado se, e somente se:

$$\mathbf{f_2 = r_{1,2}} \qquad (4.1)$$

onde $r_{1,2}$ é a taxa à vista esperada entre os anos 1 e 2.

Logo, se a taxa a termo for igual à taxa à vista esperada aqui a um ano, a mesma rentabilidade seria obtida no 1^{o}. ano, independente de adotarmos a estratégia 1 ou 2.

A hipótese de expectativas justifica a afirmação que acabamos de fazer, isto é: $f_2 = r_{1,2}$. Por esta hipótese, os investidores no mercado fixarão as taxas de juros de forma que esta igualdade seja observada.

A expressão (4.1) é válida se os investidores são **neutros ao risco**.

Hipótese da preferência por liquidez

Esta hipótese justifica uma estrutura a termo positivamente inclinada, que é o caso mais comum na prática.

A evidência empírica indica a que existem mais investidores interessados em aplicar dinheiro no curto prazo. Estes investidores exigem um prêmio para investir por prazos mais longos, o chamado *prêmio de liquidez*.

Na prática observa-se que as taxa a termo diferem das taxas esperadas por um prêmio de liquidez. Muitas vezes a ETTJ é positivamente inclinada, e taxas de diferentes prazos costumam mover-se juntas em situações que não são de crise), gerando os chamados movimentos paralelos da ETTJ.

O argumento para chegar à expressão (4.1) baseia-se na suposição de que os investidores são neutros ao risco. Ao contrário, se existe **aversão ao risco** (ou seja, o investidor prefere menos risco a mais risco e exige um prêmio – maior retorno – para aceitar mais risco) precisamos olhar para as estratégias 1 e 2 sob uma nova ótica.

A estratégia 1 *não oferece risco*, pois o investidor sabe exatamente quanto vai receber (R$ 1080) ao final de 1 ano.

A estratégia 2 *apresenta risco*, pois a rentabilidade final depende do que pode acontecer com as taxas de juros em t =1.

Como a estratégia 2 é mais arriscada, nenhum investidor avesso ao risco ficará indiferente entre as duas estratégias. Os investidores avessos ao risco escolherão a estratégia 2 apenas quando o retorno esperado desta estratégia for maior do que o retorno esperado da estratégia sem risco (estratégia 1).

Mas, a estratégia 2 tem maior retorno esperado que a 1^{a}. estratégia apenas quando:

$$\mathbf{f_2 > r_{1,2}}$$

Ou seja, para induzir os investidores a aplicarem os títulos de prazo mais longo, o mercado estabelece uma taxa a termo para o 2º. ano maior que a taxa à vista esperada entre os anos 1 e 2.

Toda a argumentação anterior foi desenvolvida ara um investidor que deseja aplicar seu dinheiro por um prazo de 1 ano. O que acontece com os investidores que pretendem aplicar o dinheiro por dois anos, ou seja, aqueles cujo horizonte de aplicação é de 2 anos?

Exemplo 4.8.
Suponha um investidor com horizonte de aplicação de 2 anos. Suas estratégias para este horizonte de aplicação podem ser:
Estratégia 3
Comprar um título com prazo de 2 anos
Estratégia 4
Comprar um título de 1 ano e, no vencimento, imediatamente comprar um outro título de 1 ano.

A estratégia 3 não tem risco,pois o valor da taxa é conhecido antecipadamente.

A estratégia 4 contém risco (de reinvestimento), pois a taxa à vista para o ano 2 é desconhecida no instante inicial.

Os investidores avessos ao risco (e com horizonte de aplicação de 2 anos) serão indiferentes entre as estratégias 3 e 4 apenas quando estratégia 4 tiver maior retorno, o que ocorre se:

$$\mathbf{f_2 < r_{1,2}}$$

Ou seja, a aversão ao risco gera previsões diferentes.

Se considerarmos investidores com horizonte de um ano, $\mathbf{f_2 > r_{1,2}}$, e para investidores de 2 anos, $\mathbf{f_2 < r_{1,2}}$. Logo, num mercado dominado por investidores de curto prazo, a taxa forward deverá superar a expectativa da taxa para o próximo ano. O oposto ocorre num mercado dominado por investidores com horizonte de aplicação mais longo.

Os economistas afirmam que, na prática, o horizonte do investidor típico é *normalmente mais curto* que o prazo de vencimento das obrigações existentes no mercado, e assim $\mathbf{f_2 > r_{1,2}}$ descreve melhor o equilíbrio de mercado quando os investidores têm aversão ao risco. A implicação disto é um prêmio de liquidez positivo, ou seja, os investidores ganham um incentivo adicional para investir em prazos mais longos, o que leva a uma ETTJ positivamente inclinada (taxas maiores para prazos mais longos).

Na prática os economistas procuram testar empiricamente estas hipóteses. Os textos de Finanças modernos geralmente são mais favoráveis à hipótese de preferência de liquidez. As evidências empíricas são mais favoráveis à hipótese de preferência de liquidez que à hipótese de expectativas. O próximo exemplo (bastante exagerado!) deve ajudar a esclarecer isso.

Exemplo 4.9.
Considere um investidor com *horizonte de investimento de 1 ano* e as seguintes estratégias:
Estratégia 5
Comprar um título com prazo de 1 ano
Estratégia 6
Investir num título de 20 anos, vendendo-o ao final do 1^o. ano.

Pela hipótese das expectativas, os retornos esperados das duas estratégias seriam idênticos. Pela hipótese de preferência por liquidez, o retorno esperado da estratégia 6 deve ser maior que o da estratégia 5 pois o risco da estratégia 6 é bem maior.

Na verdade, um estudo realizado entre janeiro de 1926 e dezembro de 1993 revelou que o retorno médio anual da estratégia 5 foi 3.7% e o da estratégia 6 foi 5.4%, uma evidência em favor da hipótese da preferência por liquidez. Estes resultados são geralmente considerados incompatíveis com a hipótese de expectativas.

A estrutura a termo e o retorno esperado até o vencimento

Lembre-se que já definimos o retorno esperado até o vencimento de um título, também chamado YTM, ou “yield to maturity”. este é apenas a TIR de um bônus. No caso de um título de dois anos, o YTM é uma média ponderada das taxas à vista para um e dois anos, e vai tender a subestimar uma das taxas e superestimar a outra, dependendo da forma que a estrutura a termo apresenta.

As hipóteses sobre a forma da ETTJ tornam evidente as limitações do YTM como uma medida de retorno de um título, pois no cálculo do YTM (por construção) supõe-se que a taxa de juros é constante para todos os períodos. Mas, o investidor de fato exige diferentes taxas para diferentes prazos de vencimento.

No caso de uma estrutura a termo positivamente inclinada, o YTM subestima a taxa do segundo ano, r_2. Se, ao contrário, a estrutura a termo apresenta inclinação decrescente, o retorno esperado até o vencimento superestima r_2. Esta diferença entre o YTM e a taxa spot do 2^o. ano pode ser dramática. Por exemplo, em 1977 na Inglaterra, a taxa para 20 anos era próxima de 20%, enquanto o “yield” de títulos com altos coupons e vencimento em 20 anos era apenas 13%. Isto aconteceu porque as taxas à vista para prazos inferiores a 20 anos eram muito menores que 20%, “puxando para baixo” o “yield” devido ao pagamento de coupons nos períodos mais próximos.

Um problema ainda mais grave é o fato do retorno esperado até o vencimento não ser aditivo. Se y_1 é o retorno esperado até o vencimento do título 1 e y_2 é o retorno esperado até o vencimento do título 2, então o retorno esperado até o vencimento de uma carteira composta pelos títulos 1 e 2 na mesma proporção é diferente da média aritmética dos dois retornos esperados até o vencimento. Logo, no caso de uma carteira, é necessário calcular todos os fluxos de caixa e só então encontrar o retorno esperado até o vencimento. Ao adicionarmos novos títulos à carteira, é necessário refazer todos os cálculos.

Material Adicional para Leitura

- Ross, S. A. , Westerfield, R. W. e Jaffe, B.D.(2002) – Administração Financeira – Corporate Finance, Editora Atlas, SP.

Surfando na Internet

Andima: http://www.andima.com.br